การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

(The Development of Computer – Assisted Instruction for a Preparatory Examination in General Mathematics)

โดย

อาจารย์อัครวุฒิ จินดานุรักษ์
อาจารย์จิราภรณ์ สัพทานนท์
อาจารย์เอื้อมฟ้า นาคโต
อาจารย์กัลยา วรรณโภคา
อาจารย์วรรณวดี สุขแจ่ม

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล

พ.ศ. 2546 - 2547

การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

(The Development of Computer – Assisted Instruction for a Preparatory Examination in General Mathematics)

โดย

อาจารย์อัครวุฒิ จินดานุรักษ์

อาจารย์จิราภรณ์ สัพทานนท์

อาจารย์เอื้อมฟ้า นาคโต

อาจารย์กัลยา วรรณโภคา

อาจารย์วรรณวดี สุขแจ่ม

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล

พ.ศ. 2546 - 2547

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปเรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ขึ้นมานี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะตรียมความพร้อมก่อนสอบและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้นซึ่งจะทำให้วิชาอื่น ๆ ที่ใช้วิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานดีขึ้นอีกด้วย

คณะผู้วิจัยขอบขอบคุณสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติที่ได้ให้ทุนอุดหนุนการวิจัยครั้งนี้ จนทำให้สามารถดำเนินงานวิจัยสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ขอขอบคุณพระคุณคณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยราชมงคลกรุงเทพฯ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และขอบคุณพระคุณ หัวหน้าคณะวิชาศึกษาทั่วไป หัวหน้าแผนกวิชาคณิตศาสตร์ ที่ให้การสนับสนุนในการทำวิจัยครั้งนี้

คณะผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปเรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน นี้จะเป็นสื่อที่ช่วยให้นักศึกษามีผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

คณะผู้วิจัย

อาจารย์อัครวุฒิ จินดานุรักษ์

อาจารย์จิราภรณ์ สัพทานนท์

อาจารย์เอื้อมฟ้า นาคโต

อาจารย์กัลยา วรรณโภคา

อาจารย์วรรณวดี สุขแจ่ม

ชื่อโครงการวิจัย : การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

ชื่อผู้วิจัย : อาจารย์อัครวุฒิ จินดานุรักษ์
อาจารย์จิราภรณ์ สัพทานนท์
อาจารย์เอื้อมฟ้า นาคโต
อาจารย์กัลยา วรรณโภคา
อาจารย์วรรณวดี สุขแจ่ม

ปีที่ทำการวิจัย : พ.ศ. 2546 - 2547

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 (2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป กับนักศึกษาที่เรียนตามปกติและ (3) ศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักศึกษาปริญญาตรีคณะวิชาบริหารธุรกิจ สาขาวิชาการเงิน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ จำนวน 50 คน เป็นกลุ่มควบคุม 25 คน และกลุ่มทดลอง 25 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ (1) คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป เรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน (2) แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนและ (3) แบบสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อ คอม-พิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป การเก็บรวบรวมข้อมูลดำเนินการโดยนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปที่พัฒนาขึ้นไปทดสอบ ประสิทธิภาพด้วยการทดสอบแบบเดี่ยว ทดสอบแบบกลุ่ม และทดสอบภาคสนาม การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพใช้สูตร E_1/E_2 ใช้ค่าสถิติ t เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป กับนักศึกษาที่เรียนตามปกติ และใช้ค่ามัชฌิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

ผลการวิจัยพบว่า(1)คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป เรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพเรียงตามลำดับดังนี้ 82.00 /83.35, 80.50/81.70, 81.42/82.50 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป สูงกว่านักศึกษาที่เรียนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญ 0.05 และ (3) ความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ในส่วนของ ปัจจัยนำเข้าและผลลัพธ์อยู่ในระดับ ' มาก' ส่วนกระบวนการและผลกระทบอยู่ในระดับ 'มากที่สุด'

Research Title : The Development of Computer-Assisted Instruction for a Preparatory Examination in General Mathematics

Researchers : Akravuti Chindanurak
Jiraporn Suptanont
Aoumfar Nakto
Gunlaya Wannapoka
Vanvadee Sukchaem

Academic Year : B.C. 2003 - 2004

Abstract

The purposes of this study were: (1) to develop computer-assisted instruction for a preparatory examination in General Mathematics based on the 80/80 standard; (2) to compare the study achievement of the students between an experimental computer assisted instruction group and a control group; and (3) to study students' opinions on using computer-assisted instruction for a preparatory examination in General Mathematics.

The sample of the study comprised 50 junior students from the Financial Department, Faculty of Business Administration; 25 control group and 25 experimental group. The research instrument utilized in this study were; (1) computer-assisted instruction for a preparatory examination in general mathematics; Logic, Matrix, Relation and Function; (2) experimental group and control group ; and (3) questionnaires on the students' opinions concerning the computer-assisted instruction for preparatory examination in General Mathematics. The data was collected from the try out of computer-assisted instruction in three steps; individual, small group and field testing the formula E_1 /E_2 was used to test the efficiency of computer-assisted instruction for a preparatory examination in General Mathematics. The t-test dependent was used to test the average score of the control group and experimental group. The mean and the standard deviation from the questionnaire were also calculated.

Research findings were as follows: (1) The efficiency of 3 lessons of computer-assisted instruction for a preparatory examination in General Mathematics(Logic, Matrix, Relation and Function) were 82.00/83.35,80.50/81.70 and 81.42/82.50 respectively: (2) students' achievement in the experimental group and control group were significantly different at the 0.05 level: and (3) The students rated their learning from 3 lessons of computer-assisted instruction for preparatory examination in General Mathematics in input and outsell as "good" , process and impact as " very good ".

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 1
บทนำ

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ เป็นสถาบันอุดมศึกษาด้านวิชาชีพและเทคโนโลยี มีวัตถุประสงค์ให้การศึกษา ส่งเสริมวิชาการและวิชาชีพชั้นสูงที่เน้นการปฏิบัติ ทำการสอนทำการวิจัย การผลิตครูวิชาชีพ ให้บริการทางวิชาการในด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และทะนุบำรุงศิลปะและวัฒนธรรม โดยให้ผู้สำเร็จอาชีวศึกษามีโอกาสในการศึกษาต่อด้านวิชาชีพเฉพาะทางระดับปริญญาเป็นหลัก ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรต่าง ๆ นั้น ประกอบไปด้วยวิชาชีพเฉพาะ และวิชาพื้นฐาน โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญวิชาหนึ่งของวิชาชีพทุกสาขา เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่พัฒนาความคิดและสร้างสรรค์ ทำให้มีความคิดอย่างเป็นระบบระเบียบ มีเหตุผล ซึ่งเป็นรากฐานที่สำคัญในวิทยาการหลายสาขา (ยุพิน พิพิธกุล 2539 : 2-3) คณะวิชาบริหารธุรกิจเป็นคณะหนึ่งในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพที่ทำการสอนทางด้านบริหารธุรกิจ ซึ่งมีวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐาน ลักษณะรายวิชาเป็น 3 (3-0-3) หมายถึง เรียนภาคทฤษฎี 3 คาบ ไม่มีภาคปฏิบัติและทบทวนด้วยตนเอง 3 คาบ ซึ่งส่วนใหญ่แล้วนักศึกษาไม่ได้ทำการทบทวนด้วยตนเองประกอบกับเนื้อหาวิชามีมากทำให้ผู้สอนใช้เวลาในชั้นเรียนมุ่งสอนให้ครบเนื้อหา โดยไม่มีเวลาให้นักศึกษาได้ทดลองฝึกหัดแก้ปัญหาโจทย์ในชั้นเรียนเพราะถ้าทำไม่ได้หรือติดขัดในขั้นตอนใดก็จะได้ทำการซักถามโดยมีผู้สอนแนะนำอย่างใกล้ชิดและทันต่อการเรียนรู้ แต่ในความเป็นจริงการเรียนการสอนหรือการเสนอเนื้อหาวิชาของอาจารย์ผู้สอนจึงเป็นลักษณะการถ่ายทอดความรู้จากอาจารย์ฝ่ายเดียว ซึ่งไม่สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 ในหมวด 4 แนวการจัดการศึกษา มาตรา 22 ซึ่งกล่าวว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถมีพัฒนาการตามธรรมชาติ และเต็มตามศักยภาพ (พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 : 12)

นักศึกษาที่เรียนทางสายอาชีพส่วนใหญ่ รวมทั้งนักศึกษาที่ศึกษาต่อในคณะวิชาบริหารธุรกิจจะมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลางหรือต่ำ การสอบคัดเลือกนักศึกษาเข้าศึกษาต่อในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ส่วนใหญ่ได้คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ทำให้เป็นอุปสรรคในทางใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (สันต์ชัย เบี้ยมุขดา 2535 : 83) ซึ่งเป็นผลจากพื้นฐานการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ที่สะสมมาในชั้นที่ต่ำกว่า ความรู้ความสามารถวิชาคณิตศาสตร์ของเด็ก

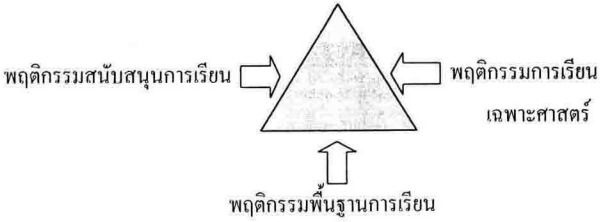
มัธยมเป็นปัญหาจากชั้นประถมศึกษา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ 2540 : 38-39) นอกจากนี้กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการได้ศึกษา ปัญหาคุณภาพการศึกษาที่เกิดจากหลักสูตรฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533 ซึ่งเป็นการศึกษาที่มุ่งเน้นการวัดผลผลิตทางการศึกษา (Educational Production Function Model : EPF Model) (กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ 2543 : 5-8) ได้กล่าวถึง ผลผลิตของการจัดการศึกษา และกระบวนการเรียนการสอนไว้ดังนี้

ผลผลิตของการจัดการศึกษา พบว่า 1) อัตราตกซ้ำชั้นและการลาออกกลางคันของนักเรียนยังอยู่ในระดับสูง 2) ผลการเรียนในวิชาพื้นฐานที่สำคัญ มีแนวโน้มต่ำลงและไม่อาจเทียบกับมาตรฐานการเรียนรู้ของเด็กชาติอื่น ๆ ได้ 3) ในระดับประถมศึกษานักเรียนส่วนใหญ่มีผลการประเมินคุณภาพการศึกษา วิชาภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ พลานามัย การคิดและการแก้ปัญหา อยู่ในระดับพอใจ 4) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา วิชาคณิตศาสตร์ และสังคมศึกษา พบว่าวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนร้อยละ 81 และวิชาสังคมศึกษา นักเรียนร้อยละ 61 มีผลการประเมินอยู่ในระดับต้องปรับปรุง และ 5) ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย วิชาคณิตศาสตร์ (เคมี ชีววิทยา ฟิสิกส์) คณิตศาสตร์ และภาษาอังกฤษ นักเรียนร้อยละ 70 มีการประเมินคุณภาพอยู่ในระดับต้องปรับปรุง

กระบวนการเรียนการสอน พบว่า 1) ครูส่วนใหญ่สอนโดยยึดตัวครูเป็นศูนย์กลาง 2) ใช้การบรรยาย เน้นการท่องจำเนื้อหา 3) เน้นการสอนตามหนังสือมากกว่าการให้นักเรียนฝึกปฏิบัติจริง 4) สอนเน้นที่เนื้อหามากกว่ากระบวนการเรียนรู้ 5) ให้ความสำคัญต่อการคัดเลือกเข้าเรียนต่อในระดับสูงมากกว่าการพัฒนานักเรียนตามศักยภาพ 6) ท้องถิ่น/ชุมชนเข้ามาร่วมจัดการเรียนการสอนได้น้อย และ 7) ครูยังไม่ค่อยใช้สื่อและเทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอน

ปัญหาคุณภาพการศึกษาดังกล่าว หากไม่รีบแก้ไข ผลเสียที่จะเกิดตามมา ได้แก่ ความด้อยคุณภาพของนักเรียน ดังผลการวิจัยของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ดังกล่าวแล้วว่า "ผลการเรียนในวิชาพื้นฐานที่สำคัญ มีแนวโน้มต่ำลง และไม่อาจเทียบกับมาตรฐานการเรียนรู้ของเด็กชาติอื่น ๆ ได้" จากความด้อยคุณภาพของผู้เรียนจะส่งผลต่อความด้อยคุณภาพของประชาชนในประเทศในที่สุด อันเป็นสภาพที่ไม่พึงประสงค์และจำเป็นต้องเร่งแก้ไข

สาเหตุประการหนึ่งของคุณภาพการเรียนการสอนขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน ซึ่งพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนที่ประสบความสำเร็จจะประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังภาพต่อไปนี้



จากภาพด้านบน พฤติกรรมการเรียนประกอบด้วย พฤติกรรมพื้นฐานการเรียนพฤติกรรมการเรียนเฉพาะศาสตร์ และพฤติกรรมสนับสนุนการเรียน (ปรีชา วิหคโต,2539 : 125)

พฤติกรรมพื้นฐานการเรียน หมายถึง พฤติกรรมที่นักเรียนใช้เรียนในทุกเนื้อหาวิชา ซึ่งประกอบด้วย 1) ทักษะการเรียน (study skill) อันหมายถึงทักษะที่จำเป็นที่ทำให้นักเรียน เรียนได้ประสบความสำเร็จ เช่น ทักษะการฟัง ทักษะการอ่าน ทักษะการจดบันทึก ทักษะการจำ เป็นต้น 2) ลีลาการเรียน (learning style) หมายถึง วิธีเรียนของนักเรียนแต่ละคน บางคนมีลีลาการเรียนแบบร่วมมือ บางคนเรียนได้สำเร็จด้วยลีลาแบบมีส่วนร่วม เป็นต้น

พฤติกรรมการเรียนเฉพาะศาสตร์ หมายถึง ทักษะที่ใช้เรียนเฉพาะวิชาใดวิชาหนึ่ง เช่น ทักษะเฉพาะการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องมีทักษะการสังเกต ทักษะการตั้งสมมติฐาน ทักษะการสรุปความ หรือในวิชาภาษาไทย นักเรียนต้องมีทักษะการฟัง พูด อ่าน เขียน เป็นต้น ในทำนองเดียวกัน ในวิชาคณิตศาสตร์ วิชาภาษาอังกฤษ นักเรียนที่จะเรียนได้ประสบความสำเร็จ ก็ต้องมีทักษะการเรียนเฉพาะวิชานั้น ๆ

พฤติกรรมสนับสนุนการเรียน หมายถึง ลักษณะนิสัยที่ดีในการเรียนของนักเรียน เช่น ลักษณะนิสัยรับผิดชอบ มีวินัยในตนเอง ตรงต่อเวลา ขยันหมั่นเพียร เป็นต้น ลักษณะนิสัยเหล่านี้เป็นพฤติกรรมสนับสนุนให้เกิดพฤติกรรมพื้นฐานการเรียน และพฤติกรรมการเรียนเฉพาะศาสตร์

เนื่องจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เป็นนามธรรม เนื้อหาบางตอนยากที่จะอธิบายให้เข้าใจ หรือต้องอธิบายซ้ำ ๆ หรือต้องทำซ้ำ ๆ หลายครั้งถึงจะเข้าใจลึกซึ้ง นอกจากนี้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดกระบวนการ และเหตุผล การเรียนการสอนในระดับประถมศึกษา จะทำการสอนโดยเริ่มจากรูปแบบที่เป็นรูปธรรม นำทางไปสู่การสร้างพื้นฐานอันเป็นกระบวนการสร้างความคิดไปยังข้อสรุปของนามธรรม การเรียนระดับที่สูงขึ้นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีความยากมากขึ้น

มีผลการวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ มอร์แกน (Morgan 1990 : 980-981) ได้ศึกษาการเรียนการสอนของนักศึกษา คณะวิศวกรรม

ศาสตร์ ในระดับอุดมศึกษา สรุปได้ว่า เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีความยาก และซับซ้อน อาจารย์จะต้องอธิบายจากลำดับที่ง่ายไปหายาก และต้องหาวิธีในการสอนแบบใหม่ ๆ เป็นการกระตุ้นเพื่อสร้างแรงจูงใจและแนวคิด นอกจากนี้ จารึก ศรีคุณโน (2535 : 90-91) ได้ทำการวิจัยพบว่า เหตุที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ไม่ประสบผลสำเร็จ เนื่องมาจากครูผู้สอนไม่สามารถใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับความต้องการความถนัด หรือความสามารถที่แตกต่างกันของผู้เรียนได้ และครูส่วนมากสอนนักเรียนโดยใช้วิธีสอนอย่างเดียวกัน โดยมิได้คำนึงถึงความสามารถของผู้เรียนว่าใครเรียนได้เร็วเรียนได้ช้า ดังนั้นการสอนแบบปกติจึงไม่สามารถแก้ปัญหาความสามารถในการเรียนรู้ที่แตกต่างกันของนักเรียนได้

นอกจากนี้การขาดแคลนอาจารย์ ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ก็เป็นปัญหาที่มีผลต่อการจัดการเรียนการสอน ทำให้ผู้สอนมีชั่วโมงสอนมาก และต้องสอนหลายวิชา แต่ละวิชาก็มีเนื้อหามาก เป็นเหตุให้ผู้สอนไม่มีเวลาในการสร้างสื่อการสอนไม่มีเวลาตรวจการบ้าน ไม่มีเวลาทบทวนบทเรียนให้นักศึกษาก่อนสอบอันเป็นเหตุให้ผู้เรียนเมื่อเรียนไม่รู้เรื่องก็เกิดความเบื่อหน่าย ทำแบบฝึกหัดก็ไม่รู้ว่าถูกหรือผิด ซึ่งเป็นเหตุให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะเป็นการสรุปเนื้อหาเรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ให้แก่ผู้เรียนหรือผู้เรียนจะเลือกฝึกทักษะในการทำแบบทดสอบในเนื้อหาแต่ละเรื่องโดยผู้เรียนสามารถรู้ผลทันทีและจะทำซ้ำกี่ครั้งก็ได้จนกว่าจะได้คะแนนเป็นที่น่าพอใจเนื่องจากข้อสอบที่ทำจะไม่ซ้ำกันเพราะเป็นข้อสอบที่สุ่มมาจากคลังข้อสอบ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีทักษะในการทำโจทย์และมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาพร้อมที่จะทำข้อสอบจริงอันจะเป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาสูงขึ้น

จากแนวทางการแก้ปัญหาคุณภาพการเรียนด้วยการฝึกทักษะการเรียนให้กับนักศึกษา ซึ่งนับเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ตัวนักศึกษาโดยตรง ด้วยการฝึกให้นักศึกษาเกิดทักษะการเรียนขึ้น และจากงานวิจัยจำนวนมาก เช่นงานวิจัยของทองสุก เกลี้ยงพร้อม (2531) และงานวิจัยของสุพัตรา พาหะมาก (2538) แสดงให้เห็นว่า ทักษะการเรียนเหล่านี้สามารถฝึกได้เช่นเดียวกับทักษะประเภทอื่น ๆ และทักษะการเรียนเหล่านี้สามารถฝึกได้จากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ซึ่งการทำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้ช่วยในการฝึกทักษะนั้นสอดคล้องกับงานวิจัยของสุชาติ วงศ์สุวรรณ (2540 : 2) ให้ข้อเสนอแนะว่าผู้สอนควรที่จะนำนวัตกรรมใหม่ ๆ มาใช้ เพื่อให้การสอนคณิตศาสตร์ มีรูปแบบใหม่ ทันยุคทันสมัย ทำให้เป็นเรื่องที่น่าสนใจ เกิดแรงจูงใจในการเรียน ดังนั้นจึงได้มีการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนโดยการนำนวัตกรรมใหม่ ๆ มาใช้ในการเรียนการสอนเรื่อยมา เช่น การใช้แผนภูมิ การใช้แผ่นโปร่งใส การใช้บทเรียนแบบโปรแกรม การใช้บทเรียน

จากสื่อวีดีทัศน์ และมีการนำคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นสื่อในการสอน เนื่องจากปัจจุบันคอมพิวเตอร์ได้เข้ามามีบทบาทในวงการศึกษาอย่างมาก ถนอมพร เลาหจรัสแสง (2541 : 3) กล่าวว่าสถานศึกษาได้มีการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในงานต่าง ๆ เช่น (1) คอมพิวเตอร์กับการบริหาร (2) คอมพิวเตอร์กับการจัดการเรียนการสอน (3) คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (4) คอมพิวเตอร์กับอุปกรณ์การเรียนการสอนและ (5) คอมพิวเตอร์กับการติดต่อสื่อสารและการค้นหาข้อมูล โดยเฉพาะอย่างยิ่งคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer-Assisted Instruction เรียกย่อว่า CAI) มีบทบาทต่อการเรียนการสอนในลักษณะที่นำมาใช้สอนแทนครู ช่วยในการเสนอเนื้อหา ใช้เป็นสื่อการสอนและฐานข้อมูล

จากหลักฐานงานวิจัยในช่วง 30 ปี ที่ผ่านมาสรุปได้ว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เป็นสื่อการศึกษายุคใหม่ที่มีประสิทธิภาพมากจึงได้รับความนิยมในแวดวงครู-อาจารย์ และเนื่องจากมีการพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้สร้างบทเรียนได้ง่ายขึ้น โดยที่ผู้ใช้ไม่ต้องมีความรู้ในการเขียนโปรแกรมก็สามารถใช้ได้ นั่นคือการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถสร้างได้จากโปรแกรมช่วยสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI Authoring System) เช่น ไทยทัศน์ ไทยโชว์ ออเทอร์แวร์ (Authorware) และ มัลติมิเดียทูลบุ๊ค (Multimedia ToolBook) เป็นต้น นอกจากนี้คอมพิวเตอร์ยังมีคุณสมบัติที่เหนือกว่าเทคโนโลยีอย่างอื่นหลายประการ คือ คอมพิวเตอร์ สามารถที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียนได้ โดยตั้งคำถามให้ผู้เรียนตอบ และคอมพิวเตอร์จะบอกว่าตอบถูกหรือผิด ถ้าตอบถูกจะให้คำชมเชย ถ้าตอบผิดก็ให้ดูเฉลย และอธิบายในส่วนที่ผิด นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาโดยให้ผู้เรียนตั้งคำถามเอง แล้วคอมพิวเตอร์จะให้คำตอบโดยจะเฉลยเป็นขั้น ๆ หรือจะแสดงเฉพาะคำตอบก็ได้ นอกจากนี้ คอมพิวเตอร์ยังช่วยยังช่วยแก้ปัญหาการเรียนรู้ สำหรับบุคคลที่มีความแตกต่างกันทางด้านสติปัญญา ซึ่งบางคนเรียนได้เร็วบางคนเรียนได้ช้า ปัจจุบันการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนจึงเป็นที่นิยมในประเทศต่าง ๆ ทั่วโลก และมีแนวโน้มว่าจะมีการใช้คอมพิวเตอร์ในการศึกษาทุกระดับการศึกษา ตั้งแต่การศึกษาขั้นพื้นฐานจนถึงการศึกษาระดับอุดมศึกษา สำหรับประเทศไทยมีการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการสอนที่พบมี 5 รูปแบบ ดังนี้

1. แบบศึกษาเนื้อหาใหม่ (Tutorial)
2. แบบฝึกปฏิบัติ (Drill and Practice)
3. แบบสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation)
4. แบบเกมส์การสอน (Instructional Games)
5. แบบใช้ทดสอบ (Testing)

การวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ส่วนมากเป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และกลุ่มที่เรียนตามปกติ ซึ่งผลการวิจัยมีทั้งที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างและไม่แตกต่างกัน งานวิจัยที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่าการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากครู ได้แก่งานวิจัยของ เกษม พึ่งพา (2541) กรองทอง ตรีอาภรณ์ (2540) เบญญา เพียรสวรรค์ (2540) สารภี ศิริอนันทพัฒน์ (2540) และไพฑูรย์ นพกาศ (2535) งานวิจัยที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่ต่างกับการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากครู ได้แก่งานวิจัยของ ไรนัลได (Rinaldi 1997) ฟินช์ (Finch 1997) และจิราภรณ์ สัพทานนท์ (2538) นอกจากนี้ยังมีการศึกษาเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้ การใช้เวลาในการเรียน และทัศนคติของผู้เรียนต่อการเรียนด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

การฝึกทบทวนเนื้อหาโดยสรุปและฝึกทำข้อสอบจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้นักศึกษาพัฒนาผลสัมฤทธิ์การเรียนได้ หากนักเรียนได้รับการฝึกอย่างเพียงพอและต่อเนื่อง แต่บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั้น ต้องเป็นบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีลักษณะต่อไปนี้ 1) พัฒนาขึ้นอย่างถูกต้องตามหลักวิชา 2) ได้รับการทดสอบว่ามีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่น่าเชื่อถือ 3) สามารถทำให้ทักษะการเรียนของนักเรียนหลังฝึกเพิ่มขึ้นมากกว่าก่อนฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และ 4) นักเรียนมีความคิดเห็นในทางบวกต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนการเรียนดังกล่าว ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้ จึงมุ่งพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ ให้มีคุณสมบัติที่ถูกต้องตามหลักวิชาการ มีการทดสอบประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน รวมทั้ง สามารถพัฒนาทักษะการเรียนของนักศึกษาให้เพิ่มขึ้นเพื่อจะทำให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นและส่งผลทำให้คะแนนสอบดีขึ้น และยังเป็นการเพิ่มปริมาณสื่อการเรียนให้ศูนย์การเรียนรู้ด้วยตนเองและลดการนำเข้าสื่อการสอนจากต่างประเทศ นอกจากนี้สื่อที่ได้จะเป็นสื่อที่ตรงกับความต้องการทางผู้สอนและเหมาะสมกับธรรมชาติของผู้เรียน

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

2.1 เพื่อพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี คณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ

2.2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ระหว่างนักศึกษาที่เตรียม

สอบด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป กับนักศึกษาที่เรียนและเตรียมสอบตามปกติ

2.3 เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

3. ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตการวิจัย ดังนี้

3.1 ประชากร เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 คณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ จำนวน 6 แผนกวิชาๆ ละ 3 ห้องเรียน มีนักศึกษาทั้งหมด 540 คน

3.2 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 แผนกวิชาการเงิน คณะบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ จำนวน 50 คน

3.3 เนื้อหา ที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน รหัส 13-010-145 ระดับปริญญาตรี หลักสูตรมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ ปรับปรุง พ.ศ. 2545

3.4 เวลาในการศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ใช้เวลา 9 คาบเรียน ๆ ละ 50 นาที โดยเรียนสัปดาห์ละ 1 ครั้งๆละ 3 คาบเรียนติดกัน

4. นิยามศัพท์

4.1 นักศึกษา หมายถึง นักศึกษาระดับปริญญาตรี คณะวิชาบริหารธุรกิจ 5 แผนกวิชา ได้แก่ แผนกวิชาบัญชี แผนกวิชาการเงิน แผนกวิชาการตลาด แผนกวิชาเลขานุการ และแผนกวิชาสารสนเทศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ

4.2 การเตรียมสอบด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบ หมายถึง การที่นักศึกษาเตรียมตัวสอบด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยทบทวนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน พร้อมทั้งฝึกทำข้อสอบโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

4.3 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบ หมายถึง บทเรียนคอมพิวเตอร์สำหรับทบทวนเนื้อหาโดยสรุปวิชาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชันและมีแบบทดสอบให้นักศึกษาฝึกทำในแต่ละเนื้อหา และสามารถรู้ผลได้ทันที

4.4 **ประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามเกณฑ์ 80/80 หมายถึง** ค่าร้อยละของคะแนนที่นักศึกษาได้จากกระบวนการและผลลัพธ์ โดยค่า 80 แรก คือ ค่า E_1 เป็นค่าร้อยละของคะแนนที่นักเรียนทำได้จากค่าเฉลี่ยของการทำข้อสอบระหว่างฝึกทำแบบทดสอบจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ส่วนค่า 80 หลัง หรือค่า E_2 เป็นค่าร้อยละของคะแนนที่นักศึกษาทำได้จากค่าเฉลี่ยของการทดสอบหลังเรียน ซึ่งประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนตามเกณฑ์ 80/80 นั้นคือ E_1 และ E_2 จะมีค่าตั้งแต่ 80/80 ขึ้นไป

5. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

5.1 ได้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

5.2 แก้ปัญหาการเรียนของนักศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

5.3 เป็นแนวทางในการพัฒนาสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

5.4 เป็นแนวทางในการปรับปรุงวิธีทบทวนและเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

5.5 เป็นแนวทางในการศึกษาด้วยตนเองจากสื่อคอมพิวเตอร์ในระบบเครือข่าย

บทที่ 2
วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง "การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป" มีแนวคิด ทฤษฎี เอกสารและวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง ซึ่งแบ่งเป็น 5 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ทฤษฎี กระบวนการเรียนรู้ทักษะการเรียน

ตอนที่ 2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ตอนที่ 3 การสร้างและพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ตอนที่ 4 การทบทวน

ตอนที่ 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตอนที่ 1 ทฤษฎี กระบวนการเรียนรู้ ทักษะการเรียน และการพัฒนาการแก้ปัญหาโจทย์ในแบบทดสอบเพื่อเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

1.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ทักษะการเรียน

ทฤษฎีการเรียนรู้ทักษะการเรียนที่นำมาประยุกต์ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 2 ทฤษฎี ได้แก่ ทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยง และทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1.1 ทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยง

เจอร์เจน และคณะ (Gergen, and others, 1989 : 222) ได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนรู้ตามทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยง (Connectionism Theory) ของ ธอร์นไดค์ (Thorndike) นักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ไว้ดังนี้ ธอร์นไดค์ อธิบายว่า เมื่ออินทรีย์ (มนุษย์และสัตว์) ประสบปัญหา อินทรีย์จะพยายามหาทางดิ้นรนด้วยวิธีต่าง ๆ เพื่อแก้ปัญหานั้นให้หลุดพ้นไป โดยขั้นแรกที่อินทรีย์จะแสดงอาการต่าง ๆ อย่างเปะปะไม่มีหลักเกณฑ์ หรือเรียกว่า การลองผิดลองถูกจนบังเอิญแก้ปัญหาได้สำเร็จ ในครั้งต่อไปอินทรีย์จะลดพฤติกรรมที่ไม่จำเป็นออกไปทีละอย่างและที่สุดจะรู้วิธีแก้ปัญหาได้อย่างมีหลักเกณฑ์ในโอกาสต่อไปได้อย่างว่องไวทันที หากได้มีการฝึกฝนให้กระทำบ่อย ๆ ครั้งขึ้น การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นนี้ เกิดจากอินทรีย์เรียนรู้ความเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า (stimulus) กับการตอบสนอง (response) จึงได้ทดลองแนวคิดนี้ และได้พัฒนาทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง และผลการทดลองได้เสนอกฎไว้ 3 กฎ เรียกว่า กฎการเรียนรู้ (Law of Learning) ดังนี้

กฎของผล (Law of Effect) กฎนี้อธิบายว่า เมื่อการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองมีขึ้น แล้วเกิดสภาพที่พึงพอใจขึ้น จะเพิ่มความแข็งระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองมากขึ้น ในการเรียน นักเรียนจะเรียนได้ดีขึ้น ถ้าผลการเรียนนั้นทำให้นักเรียนเกิดความพอใจ และนักเรียนจะ

เรียนเลวลง ถ้าผลการเรียนทำให้นักเรียนไม่สมหวัง หรือรางวัลและความสมหวังจะช่วยส่งเสริมให้เกิดการกระทำนั้นมากขึ้น

กฎของการฝึก (Law of Exercise) กฎนี้อธิบายว่า สิ่งใดที่เราทำบ่อย ๆ ซ้ำ ๆ หรือมีการฝึก เรายิ่งทำสิ่งนั้นได้ดีขึ้น สิ่งใดที่ไม่ได้ทำนาน ๆ เรายิ่งทำสิ่งนั้นไม่ได้เหมือนเดิม และการกระทำซ้ำ ๆ จะมีผลสมบูรณ์ยิ่งขึ้น หากผู้กระทำมีความตั้งใจ สนใจ เข้าใจ รู้จุดมุ่งหมาย เห็นประโยชน์ในการกระทำซ้ำ ๆ นั้น

กฎของความพร้อม (Law of Readiness) กฎนี้อธิบายถึงความพร้อมทางร่างกายในการกระทำสิ่งใด ๆ หรือส่วนที่จะกระทำ พร้อมที่จะกระทำ หลักการข้อนี้รวมถึงความพร้อมทางวุฒิภาวะ ความพร้อมในการอ่าน ความพร้อมในการเขียน และความพร้อมที่จะเรียนรู้ด้วย

1.1.2 ทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำ (Operant Conditioning)

เจอร์เจน และคณะ (Gergen. and others, 1989 : 225-234) ได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนรู้ ตามทฤษฎีทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำ ที่นำมาใช้ในการพัฒนา หลักการของทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำ และการประยุกต์ทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำเพื่อการพัฒนาทักษะการเรียน ดังต่อไปนี้

ทักษะการทำโจทย์และทำข้อสอบ ได้แก่

1) หลักการของทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำ

ทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำ ได้อธิบายว่า พฤติกรรมของมนุษย์ถูกควบคุมโดยเงื่อนไขผลที่ได้รับจากการกระทำ อันได้แก่ การเสริมแรง และการลงโทษ หากพฤติกรรมหนึ่งกระทำแล้วได้รับการเสริมแรง พฤติกรรมนั้นก็มีแนวโน้มจะเกิดบ่อยครั้งขึ้น ในทางตรงกันข้าม หากพฤติกรรมใดกระทำแล้วได้รับการลงโทษ พฤติกรรมนั้นจะหยุดลง หรือมีแนวโน้มจะค่อย ๆ หดหายไป ดังนั้นหลักการสำคัญของทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำจึงอยู่ที่ผลที่ได้รับจาการกระทำ และผลที่ได้รับจากการกระทำ จำแนกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ การเสริมแรงและการลงโทษ 1) การเสริมทาง หากพฤติกรรมใดกระทำไปแล้วได้รับผลที่ได้รับจากการกระทำหนึ่ง ซึ่งน่าพึงพอใจ ต่อมาพฤติกรรมนั้นมีแนวโน้มจะเกิดบ่อยครั้งขึ้น เรียกผลที่ได้รับจากการกระทำนั้นว่า การเสริมแรง (reinforcement) และเรียกสิ่งใด ๆ ที่ได้รับนั้นว่า ตัวเสริมแรง (reinforcer) แนวทางที่จะรู้ว่า อะไรเป็นตัวเสริมแรง ทำได้โดยการทดลองโดยตรง ด้วยการสังเกตความถี่ของการเกิดพฤติกรรมนั้นไว้ก่อน แล้วจึงให้สิ่งใดสิ่งหนึ่งหลังจากนักเรียนแสดงพฤติกรรมนั้นแล้ว ต่อมาจึงสังเกตความถี่ของการเกิดพฤติกรรมนั้นอีก หากพฤติกรรมนั้นเกิดขึ้นบ่อยครั้งขึ้น กล่าวได้ว่า สิ่งนั้นเป็นตัวเสริมแรง 2) การลงโทษ หากกระทำพฤติกรรมหนึ่ง แล้วได้รับผลที่ได้รับจากการกระทำอย่างหนึ่งซึ่งไม่น่าพึงพอใจ ต่อมาในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน พฤติกรรมนั้นลดความถี่ในการเกิดลง ผลที่ได้รับจากการกระทำนั้น ๆ เรียกว่า การลง

โทษ (punishment) เช่น นักเรียนพูดคำหยาบ แล้วถูกผู้สอนดุ ต่อมานักเรียนไม่พูดคำหยาบอีกเลย กรณีนี้การดุเป็นการลงโทษ ดังนั้นการพิจารณาว่าอะไรคือการลงโทษ ให้ดูที่พฤติกรรม หากพฤติกรรมลดหรือความถี่ในการเกิดพฤติกรรมลดลง กล่าวได้ว่า สิ่งที่ให้หลังการแสดงพฤติกรรมนั้นเรียกว่า การลงโทษ

ผลของการเสริมแรงและการลงโทษ ในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน หากพฤติกรรมใดได้รับการเสริมแรงพฤติกรรมนั้นมีแนวโน้มจะเกิดบ่อยครั้งขึ้นและพฤติกรรมใดได้รับการลงโทษ พฤติกรรมนั้นมีแนวโน้มจะระงับ และหดหายไป

2) การประยุกต์ทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำเพื่อการพัฒนาทักษะการเรียน

การประยุกต์ทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำเพื่อพัฒนาทักษะการเรียนประกอบด้วย 1) การให้นักเรียนได้ลงมือกระทำหรือลงมือปฏิบัติ 2) การฝึกปฏิบัติให้ฝึกไปทีละน้อยตามลำดับ 3) ให้นักเรียนได้รับการเสริมแรงทันที และ 4) ให้นักเรียนมีโอกาสได้รับการเสริมแรงหรือได้รับความพอใจจากการได้ลงมือปฏิบัติ

สรุปแนวคิดทฤษฎีที่นำมาประยุกต์เพื่อพัฒนาแบบฝึกทักษะการเรียน

ทฤษฎีวงจรการเรียนรู้	ทฤษฎีสัมพันธ์เชื่อมโยง	ทฤษฎีเงื่อนไขการกระทำ
การเรียนรู้มโนทัศน์ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน	การฝึกปฏิบัติประกอบด้วย 3 กฎต่อไปนี้	การสร้างพฤติกรรม
ขั้นที่ 1 ขั้นการศึกษาสำรวจ	1. กฎของการฝึกซ้ำ	1. การลงมือปฏิบัติ
ขั้นที่ 2 ขั้นการสร้างความรู้	2. กฎของความสำเร็จ	2. การฝึกทีละน้อย
ขั้นที่ 3 ขั้นนำความรู้ไปใช้	3. กฎของความพร้อม	3. มีโอกาสได้รับการเสริมแรง
		4. ได้รับการเสริมแรงทันที

1.2 องค์ประกอบและกระบวนการเรียนรู้ ทักษะการเรียน

1.2.1 ความหมายของทักษะการเรียน

ทักษะการเรียนจัดอยู่ในกลุ่มของทักษะทางวิชาการ บลู (Blue, 1981 อ้างใน ปรีชา วิหคโต และคณะ,2542 : 11) นอกจากนี้ยังมีผู้ให้แนวคิดเกี่ยวกับ ความหมาย และองค์ประกอบของทักษะการเรียนไว้หลายท่าน ดังตัวอย่างตามแนวคิดของ 1) ดีไวน์ 2) วอลเลซ และ 3) เออวิน (Irvin and Rose,1995) มีดังนี้

1) ทักษะการเรียนตามแนวคิดของดีไวน์

ดีไวน์ (Devine,1987:10) ได้ให้ความหมายของทักษะการเรียนว่าทักษะการเรียนหมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการรวบรวมข้อมูล การบันทึกข้อมูล การทำความเข้าใจ การจำ และการนำเสนอข้อมูล

2) ทักษะการเรียนตามแนวคิดของวอลเลซ

วอลเลซ (Wallace,1980 อ้างใน ปรีชา วิหคโต และคณะ, 2542:11) ได้จัดองค์ประกอบทักษะการเรียน และได้จัดทำเป็นแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียนได้ 6 ด้าน ดังต่อไปนี้

2.1) การจัดระบบการศึกษาด้วยตนเอง เช่น จัดทำตารางเวลาเพื่อการอ่านหนังสือ การทำการบ้าน และการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

2.2) ทักษะการจดบันทึก เช่น การจัดบันทึกสาระสำคัญจากการอ่าน และการฟังบรรยาย รวมทั้งการขยายความจากการบันทึก

2.3) การอ่านอย่างมีประสิทธิภาพ จะประกอบด้วยการตั้งคำถามก่อนการอ่าน การอ่านอย่างถูกวิธี ความเข้าใจเกี่ยวกับตารางตัวเลข และแผนภูมิ การใช้ห้องสมุด เป็นต้น

2.4) การเข้าร่วมการสัมมนา เป็นทักษะที่ช่วยให้การเข้าร่วมสัมมนาเกิดประโยชน์สูงสุด ทักษะย่อยของทักษะนี้ได้แก่ การคิดล่วงหน้าเกี่ยวกับหัวข้อของการสัมมนา การมีส่วนร่วมในการออกความคิดเห็น และการรู้จักรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น เป็นต้น

2.5) การเขียนเรียงความ ประกอบด้วย ทักษะการเรียนย่อยคือ การค้นคว้าและการใช้ ห้องสมุด การเขียนเรียงความ การเขียนเสนอความคิดเห็น และข้อเท็จจริง

2.6) การเตรียมตัวสอบ เช่นการรู้ระบบวัดผล เทคนิคการเรียนและการท่องจำ การเตรียมตัวก่อนการสอบ และเทคนิคการทำข้อสอบ เป็นต้น

3) ทักษะการเรียนตามแนวคิดของเออวิน

เออวิน และ โรส (Irvin and Rose,1995) ได้ให้นิยามทักษะการเรียนว่าทักษะการเรียนเป็นความสามารถในการเรียนของผู้เรียนใน 3 กลุ่มได้แก่

กลุ่มรวบรวมข้อมูล (Extract information) ได้แก่ทักษะการอ่าน การฟัง

กลุ่มการจัดประมวลข้อมูล (Organization information) ได้แก่ทักษะการจดบันทึก การสร้างแผนผังแนวคิด

กลุ่มเสนอข้อความรู้ที่ได้ประมวลแล้วเพื่อแสดงว่ามีความรู้และสามารถนำไปประยุกต์ความรู้ไปใช้ได้ในเวลาต่อมา (demonstrate understanding and application of that knowledge) ได้แก่ทักษะการตอบคำถาม การทำแบบทดสอบ

จากแนวคิดของ ดีไวน์ วอลเลซ และ เออวิน ทักษะการเรียนเป็นความสามารถของผู้เรียนในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ด้วยทักษะ 3 กลุ่ม ได้แก่

กลุ่มที่ 1 ทักษะการรับข้อมูล (receptive) ได้แก่ ทักษะการอ่าน ทักษะการฟัง ทักษะการบันทึกข้อมูล เป็นต้น

กลุ่มที่ 2 ทักษะการไตร่ตรอง (reflective) ได้แก่ ทักษะการวิเคราะห์ ทักษะการสังเคราะห์ ทักษะการทำความเข้าใจ ทักษะการจำ เป็นต้น

กลุ่มที่ 3 ทักษะการแสดงออก (expressive) ที่เน้นเฉพาะกระบวนการจะหมายถึงทักษะการเขียนรายงาน ทักษะการนำเสนอด้วยวาจา ทักษะการทำแบบทดสอบ เป็นต้น

1.2.2 กระบวนการเรียนรู้ทักษะ

กระบวนการเรียนรู้ทักษะเป็นกระบวนการอย่างเป็นขั้นตอนต่อเนื่องในที่นี้จะเสนอกระบวนการเรียนรู้ทักษะการเรียน 2 แนวคิด ได้แก่ 1) แนวคิดของ ฟิตส์ (Fitts) และ 2) แนวคิดของ ดี เซคโค (De Cecco) (De Cecco, 1968 :281.284-289) ดังต่อไปนี้

1) แนวคิดของ ฟิตส์

ฟิตส์ (Paul Fitts, 1962 อ้างใน John P. De Cecco,1968:284) ได้แบ่งการเรียนทักษะไว้เป็น 3 ระยะ ดังนี้

ตอนที่ 1 การใช้ปัญญา (cognitive phase)

ตอนที่ 2 การทำพฤติกรรมได้ถูกต้อง (fixation phase)

ตอนที่ 3 การทำได้อย่างอิสระ (autonomous phase)

การเรียนทักษะในแต่ละตอนมีลักษณะดังนี้

ตอนที่ 1 การใช้ปัญญา (cognitive phase)

การเรียนทักษะในตอนนี้ นักเรียนต้องใช้ปัญญาในการวิเคราะห์ทักษะ และบอกได้ว่าทักษะอะไรที่ต้องเรียน ผู้สอนต้องบอกนักเรียนได้ว่า คาดหวังให้นักเรียนต้องทำอะไรได้ และบอกให้นักเรียนรู้กระบวนการที่ถูกต้อง และการกระทำที่ไม่ถูกต้องที่เกิดขึ้นบ่อย ๆ ใน แต่ละทักษะ

ตอนที่ 2 การทำพฤติกรรมได้ถูกต้อง (fixation phase)

การเรียนในตอนนี้ นักเรียนจะฝึกทักษะจนถูกต้องไม่มีผิดพลาดจน นักเรียนทำทักษะนั้นได้ถูกต้องทุกครั้ง กรณีที่เป็นทักษะที่ซับซ้อนนักเรียนสามารถนำทักษะย่อย ๆ มาเชื่อมต่อกันจนครบได้ถูกต้องทุกขั้นตอน

ตอนที่ 3 การทำได้อย่างอิสระ (autonomous phase)

การเรียนทักษะในตอนนี้ นักเรียนสามารถทำทักษะนั้น ๆ ได้อย่างถูกต้อง และใช้เวลาในการทำได้อย่างรวดเร็ว ไม่มีความรู้สึกกังวลใจในการทำทักษะนั้น

2) แนวคิดของ ดี เซคโค (De Cecco)

ดี เซคโค ได้วิเคราะห์การเรียนทักษะจากทฤษฎีการเรียนรู้ และกล่าวสรุปว่า การเรียนรู้ทักษะประกอบด้วย 3 เงื่อนไข ได้แก่ 1) ความต่อเนื่อง (contiguity) 2) การฝึก (practice) และ 3) การรู้ผลการฝึก (feedback) ในแต่ละเงื่อนไขมีรายละเอียดดังนี้

2.1) ความต่อเนื่อง (contiguity)

ความต่อเนื่อง หมายถึง การเกิดขึ้นระหว่างการเสนอสิ่งเร้า กับการตอบสนองนั้นเกือบจะพร้อม ๆ กัน ซึ่งมีความหมายเกี่ยวเนื่องกับระยะเวลาที่เกิดขึ้น (timing) หรือการเรียงลำดับของการเกิดเหตุการณ์ (proper order) หรือการประสานสัมพันธ์ ซึ่งกันและกัน (coordination)

ความต่อเนื่องของการเรียนทักษะมีหลักการสำคัญ 2 หลักการ ได้แก่

หลักการที่ 1 การเรียงลำดับที่ถูกต้อง (proper sequence) ระหว่าง S-R ของแต่ละทักษะย่อย และการเรียงลำดับของทักษะรวม หากการเรียงลำดับไม่ถูกต้องแล้วจะทำให้นักเรียนทำทักษะนั้นไม่ถูกต้อง เช่น ผู้หัดขับรถยนต์ใหม่ ต้องการฝึกทักษะการหยุดรถยนต์ หากเขายังเหยียบคันเร่งพร้อม ๆ กับกดคันเบรก รถยนต์จะไม่หยุด การเรียนลำดับที่ถูกต้องนั้น ผู้ขับรถยนต์ต้องชักเท้าจากคันเร่งก่อน แล้วจึงเหยียบคันเบรกช้า ๆ

ปัญหาที่เกิดขึ้นในการฝึกทักษะและอยู่ระหว่างการวิจัยได้แก่ การฝึกแยก ครั้งละ ทักษะย่อย (Part Method) หรือ ฝึกต่อเนื่องทุกทักษะ (Whole Method) หรือที่เรียกในข้อโต้แย้งนี้ว่า (Part-Whole) เช่น การฝึกทหารใหม่ให้ยิงปืน ประกอบด้วยทักษะต่าง ๆ เริ่มจาก ทักษะการยืน ทักษะการจับปืน ทักษะการเล็งเป้า เป็นต้น การฝึกแยก เป็นการฝึกครั้งละทักษะย่อยแล้วให้นำมารวมกันในที่สุด (chaining) ส่วนการฝึกรวม ครูฝึกจะสาธิตให้ครบทุกทักษะแล้วให้ทหารใหม่ทำตามครบทุกทักษะ ผลจากการวิจัยของ F.J. McGuigan and MacCaslin (อ้างใน De Cecco 1968:658) พบว่า การฝึกต่อเนื่องทุกทักษะได้ผลดีกว่าการฝึกแยก และการวิจัยจำนวนมากพบผลที่ต่างกัน ต่อมา James Naylor (อ้างใน De Cecco 1968 : 658) ได้สรุปจากผลการวิจัยทั้งหลายว่า ทักษะใดที่ไม่ยาก ไม่ซับซ้อนใช้การฝึกแบบฝึกแยก ส่วนที่ซับซ้อนและยากใช้การฝึกแบบรวม

หลักการที่ 2 การฝึกทักษะเชื่อมต่อระหว่าง ทักษะย่อยที่ 1 กับทักษะย่อยอื่น ๆ ที่เหลือให้ต่อเนื่องกัน หากไม่ฝึกทักษะเชื่อม หรือฝึกทักษะเชื่อมช้าเกินไป (delay) โดยเฉพาะอย่างยิ่งการฝึกทักษะย่อยแยกกัน จำเป็นต้องฝึกการเชื่อมต่อระหว่างทักษะต่อเนื่องด้วย

2.2) การฝึก (practice)

การฝึกเป็นการทำซ้ำ (repetition) กับสิ่งเร้าเดิมนั้น (S-R) การฝึกเป็นการบอกผลการฝึกที่ถูกต้อง การฝึกจึงมีประโยชน์ดังนี้ (1) เป็นการทบทวนทักษะย่อยที่ได้ฝึกแล้ว (2) เป็นการเชื่อมโยงแต่ละทักษะย่อยทำให้เรียงลำดับได้ถูกทักษะ ถูกจังหวะ (3) ป้องกันการลืมทักษะย่อย และ (4) ให้การเรียนพัฒนาไปสู่ขั้นการทำอย่างอิสระ (autonomous) และมีการวิจัยที่ทดสอบแล้วว่า การฝึกหัดทำให้เรียนทักษะได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

2.3) การรู้ผลการฝึก (feedback)

การรู้ผลการฝึก ได้แก่ การรู้ผลการฝึกปฏิบัติ ทั้งส่วนที่ปฏิบัติถูกต้อง ส่วนที่ไม่ถูกต้อง และข้อเสนอแนะเพื่อการแก้ไขปรับปรุง

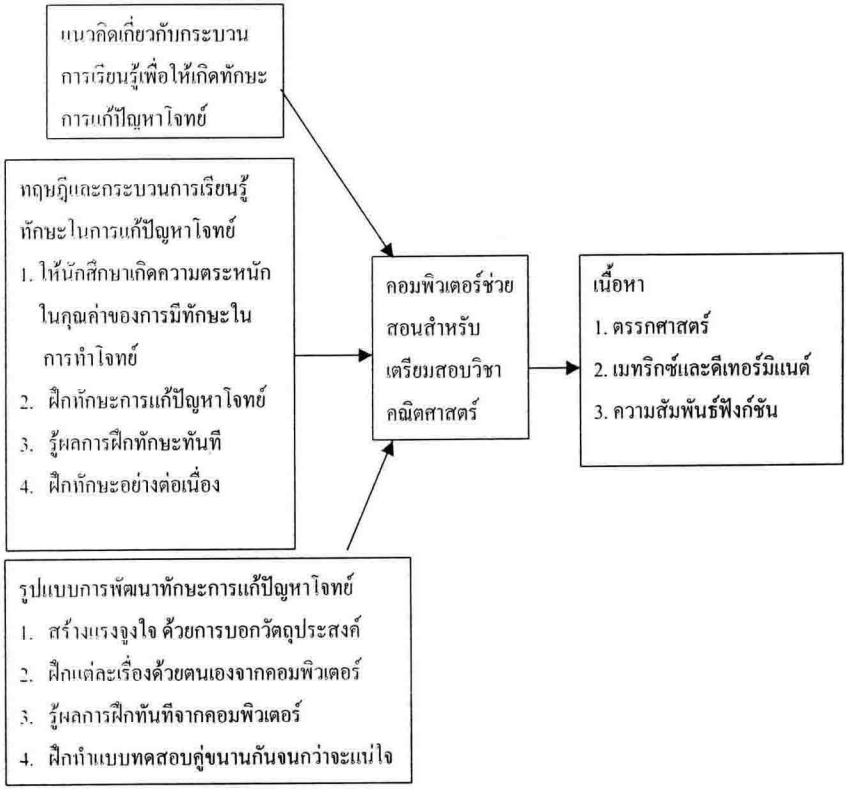
สรุปกระบวนการฝึกทักษะการเรียน

แนวคิดของฟิตส์	แนวคิดของดี เชดโค
ขั้นที่ 1 การใช้ปัญญา	ขั้นที่ 1 เห็นความต่อเนื่องของทักษะ
ขั้นที่ 2 การทำได้ถูกต้อง	ขั้นที่ 2 ได้รับการฝึก
ขั้นที่ 3 การทำได้อย่างอิสระ	ขั้นที่ 3 ได้รับรู้ผลของการฝึก

1.3 การพัฒนาการแก้ปัญหาโจทย์แบบทดสอบเพื่อเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์

การพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบ เกิดจากกรอบความคิดจาก 1) กรอบความคิดขององค์ประกอบของทักษะการเรียน 2) กรอบความคิดของทฤษฎีการเรียนรู้ และ 3) กรอบความคิดของกระบวนการเรียนรู้ทักษะ ดังภาพต่อไปนี้

กรอบความคิดของกระบวนการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหาโจทย์



ตอนที่ 2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer-Assisted Instruction)

การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการศึกษาลักลักษณะหนึ่งก็คือ การใช้ในลักษณะเสนอบทเรียน ซึ่งจะกล่าวถึง 2 ประเด็นคือ 1) แนวคิดเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และ 2) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบการสอน แต่ละประเด็นมีสาระดังนี้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.1.1 ความหมายของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.1.2 ประเภทของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.1.3 ประโยชน์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

รายละเอียดของแต่ละสาระมีดังต่อไปนี้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.1.1 ความหมายของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer-Assisted Instruction : CAI.) เป็นสื่อการเรียนที่ประยุกต์ทฤษฎีการเรียนรู้ของสกินเนอร์ (B.F. Skinner) กับเครื่องช่วยสอนของเพรสซี่ (S.L.Pressey) เข้าด้วยกัน โดยให้ความสำคัญกับทฤษฎีการเสริมแรง (reinforcement) และทฤษฎีการเรียนรู้แบบตอบสนอง (S-R Theory) โดยการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อมีปฏิกิริยาสนองตอบต่อสิ่งเร้าที่จัดไว้ ซึ่งบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถให้การเสริมแรงแก่นักเรียนได้อย่างรวดเร็วและเป็นระบบ

บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ราชบัณฑิตสถานได้บัญญัติศัพท์คำแปลว่า คือ การสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วย นอกจากนี้ยังมีผู้ให้ความหมายในแง่มุมต่าง ๆ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้ให้ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนว่า การนำบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มาสอนวิชาต่าง ๆ โดยการนำเนื้อหาวิชาและลำดับวิธีการสอนมาบันทึกเก็บไว้ในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยให้เครื่องคอมพิวเตอร์กับผู้เรียนมีการโต้ตอบกัน

นงนุช วรรธวหะ (2535: 74) ได้ให้ความหมายของ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนหมายถึงการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยเป็นสื่อในการเรียนการสอนวิชาต่าง ๆ ในรูปแบบต่าง ๆ คือ โปรแกรมทบทวนบทเรียน โปรแกรมการจำลองสถานการณ์ โปรแกรมการศึกษา โปรแกรมการสาธิต โปรแกรมทดสอบ

สเปนเซอร์ (Spencer 1977: 50) ได้ให้ความหมาย คอมพิวเตอร์ช่วยสอนหมายถึงการใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นลำดับขั้นตอนที่ควบคุมโดยคอมพิวเตอร์ตามก าวก้าวหน้าของผู้เรียนและตอบสนองความต้องการรายบุคคลของนักเรียนได้

ซิพป์ (Sippl 1981: 77) ได้ให้ความหมาย คอมพิวเตอร์ช่วยสอนหมายถึงการประยุกต์ระบบคอมพิวเตอร์มาช่วยในการเรียนของนักเรียน มีการโต้ตอบ และดำเนินการเรียนเป็นขั้น ๆ คอมพิวเตอร์จะบอกข้อบกพร่องจากการทำของนักเรียนได้

ถนอมพร เลาหจรัสแสง (2541: 7) ได้ให้ความหมาย คอมพิวเตอร์ช่วยสอนหมายถึงสื่อการเรียนการสอนทางคอมพิวเตอร์ เพื่อนำเสนอเนื้อหาแทนการสอนจริง ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล มีปฏิสัมพันธ์และให้ผลป้อนกลับโดยทันที

จากความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสรุปได้ว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI) เป็นการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอน โดยทำเนื้อหา แบบฝึกหัด การทบทวน หรือการวัดผลมาออกแบบและพัฒนาในรูปแบบของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เนื้อหาวิชาอาจจะเป็นทั้งตัวอักษร ภาพประกอบ ภาพเคลื่อนไหว เสียงรวมไปถึงการแสดงผลการเรียนในรูปของข้อมูลป้อนกลับ (feedback) และการประเมินผลการเรียน โดยใช้ในลักษณะเป็นสื่อการสอน เสนอเนื้อหาใหม่ แทนการสอนจริง ใช้ในการทดสอบ หรืออาจใช้ทบทวนหลังจากเรียนจากครูผู้สอนแล้ว ซึ่งเป็นการใช้สื่อแบบสองทาง ผู้เรียนสามารถได้ตอบกับบทเรียนได้ มีการแสดงผลป้อนกลับ และเป็นการตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

2.1.2 ประเภทของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ใช้กันในวงการศึกษาโดยทั่วไปมีหลายรูปแบบ นักการศึกษาและนักวิชาการได้แบ่งประเภทของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

2.1.2.1 บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบศึกษาเนื้อหาใหม่ (tutorial) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนลักษณะนี้จะเป็นการสอนสิ่งใหม่ให้แก่ผู้เรียน คอมพิวเตอร์จะเป็นเสมือนผู้สอนนักเรียนที่เป็นรายบุคคลโดยให้เนื้อหาหรือรูปภาพ เมื่อถึงช่วงเหมาะสมของการให้เนื้อหาพื้นฐานแล้วก็จะมีคำถามให้นักเรียนตอบ ถ้าผู้เรียนตอบหรือทำได้ถูก คอมพิวเตอร์ก็จะสอนเนื้อหาต่อไป แต่ถ้านักเรียนตอบผิด คอมพิวเตอร์ก็อาจย้อนกลับยังเนื้อหาที่เรียนแล้วใหม่ หรือเข้าไปยังเนื้อหาที่เป็นส่วนซ่อมเสริม ขึ้นอยู่กับการตอบหรือทำผิดในคำถามนั้น ๆ ผู้เรียนมีอิสระที่จะเลือกเรียนเนื้อหาและทำแบบทดสอบ สามารถควบคุมการเรียนได้ความต้องการ

2.1.2.2 บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบฝึกฝนและแบบฝึกหัด (drill and practice) บทเรียนรูปแบบนี้จะประกอบด้วยข้อความและคำถามต่าง ๆ เพื่อช่วยฝึกนักเรียน ให้เกิดทักษะและความชำนาญจนบรรลุวัตถุประสงค์ ซึ่งตั้งไว้ของแบบฝึกหัดนั้น ๆ หลังจากที่ได้เรียนเนื้อหาในห้องเรียนจบแล้ว อาจมีภาพกราฟฟิกต่าง ๆ ประกอบ หรือคำพูดโต้ตอบ ตลอดจนมีการแข่งขันจับเวลานับคะแนนโดยใช้แสงกระพริบ หรือ เสียงเตือน เพื่อให้เกิดความเร้าใจในการทำมากขึ้น ผู้เรียนสามารถฝึกทำแบบฝึกการตอนเข้าใจเนื้อหา ในบทเรียนนั้น ๆ ได้โดยที่ผู้สอนไม่ต้องเสียเวลาในชั้นเรียนอธิบายเนื้อหาเดิมซ้ำ ๆ

2.1.2.3 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบสร้างสถานการณ์จำลอง เป็นการออกแบบอาจใช้เพื่อศึกษาเนื้อหาใหม่ หรือ ใช้เพื่อทบทวนเนื้อหา หรือ เสริมวิชาการที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว โดยเน้น

ที่สร้างสถานการณ์ เช่น การสร้างสถานการณ์ในห้องผ่าตัด สถานการณ์ในสภาพไร้น้ำหนัก หรือ การฝึกหัดขับรถยนต์ สร้างสถานการณ์การซื้อขาย การจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ

2.1.2.4 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบเกมส์การสอน ได้มาจากแนวความคิดและทฤษฎีทางด้านการเสริมแรง (Reinforcement Theory) โดยอยู่บนพื้นฐานความต้องการเรียนรู้ที่เกิดจากแรงจูงใจภายใน (Intrinsic Motivation) เช่น ความสนุก ซึ่งเป็นผลดีต่อการเรียนรู้มีความจำที่คงทนและยาวนานกว่าการเรียนรู้ที่เกิดจากแรงจูงใจภายนอก (Extrinsic Motivation)

2.1.2.5 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบทดสอบ มีจุดมุ่งหมายหลัก เพื่อทดสอบความรู้ พร้อมกับรายงานผลการทดสอบของผู้เรียนได้ ไม่ว่าจะเป็นการทดสอบก่อน หรือ หลังการเรียน แล้วแต่การออกแบบ เมื่อมีข้อสอบจำนวนมากขึ้นอาจสร้างเป็นคลังข้อสอบ สำหรับนำไปสุ่มใช้ ลักษณะข้อสอบ มีความหลากหลาย เช่น อาจจะเป็นแบบเลือกตอบ หรือ แบบ ถูก – ผิด ในการสร้างคำถาม อาจใช้วิธีสร้าง CAI แบบสร้างสถานการณ์จำลองเข้ามาร่วมด้วยก็ได้

จะเห็นว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีหลายรูปแบบ แต่ละรูปแบบมีลักษณะและจุดมุ่งหมายในการใช้งานที่แตกต่างกัน การนำไปใช้ควรเลือกแบบให้เหมาะสมกับจุดมุ่งหมายด้วย บทเรียนที่นิยมสร้างกันมาก เป็นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบศึกษาเนื้อหาใหม่ เนื่องจากการสร้างบทเรียนในลักษณะนี้สามารถนำหลักการของการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนประเภทอื่นร่วมด้วย ไม่ว่าจะเป็นประเภทแบบฝึกหัด แบบเกมการสอน แบบสร้างสถานการณ์จำลอง หรือ แบบทดสอบ ซึ่งการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบศึกษาเนื้อหาใหม่

2.1.3 ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ประโยชน์คอมพิวเตอร์ช่วยสอนต่อผู้เรียนโดยสรุปมีดังนี้ ฝนทิพย์ อมาตยกุล (2531: 22 – 23) และนิพนธ์ ศุขปรีดี (2531: 42) ได้ศึกษาเกี่ยวกับประโยชน์ต่อผู้เรียน ดังนี้

1) ส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนตามเอกัตภาพ
2) มีการป้อนกลับทันที ทำให้ผู้เรียนเกิดความตื่นเต้น ไม่เบื่อหน่าย
3) ผู้เรียนไม่สามารถแอบพลิกดูคำตอบได้ก่อน เป็นการบังคับผู้เรียนให้เรียนรู้จริง ๆ ก่อนที่จะผ่านบทเรียนนั้นไป
4) ผู้เรียนสามารถทบทวนบทเรียนที่เคยเรียนในห้องเรียน
5) ผู้เรียนเรียนได้ดีกว่าและเร็วกว่าการสอนปกติ ลดการสิ้นเปลืองเวลาของผู้เรียนลง
6) สามารถประเมินผลความก้าวหน้าของผู้เรียนโดยอัตโนมัติ
7) ฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล เพราะต้องคอยแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา

8) ผู้เรียนสามารถเรียนตามลำพังด้วยตนเอง

9) ทำให้เกิดความแม่นยำในวิชาที่เรียนอ่อน

10) ช่วยให้ผู้เรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ได้นาน

11) เป็นการสร้างนิสัยรับผิดชอบให้เกิดในตัวผู้เรียน

12) มีเกณฑ์การปฏิบัติโดยเฉพาะ

13) ผู้เรียนเรียนเป็นขั้นตอนทีละน้อย จากง่ายไปยาก

14) ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาที่เรียน

เกอร์ราร์ด (Gerrard. N. D. อ้างในวีระ ไทยพานิช 2527: 11-12) กล่าวถึงประโยชน์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีต่อนักเรียนไว้ดังนี้

1) นักเรียนสามารถเรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเมื่อขาดชั้นเรียน

2) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นวิธีสอนที่ดีกว่าในหลาย ๆ วิธีที่สอนตามปกติ

3) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นติวเตอร์ส่วนตัวของนักเรียน

4) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นตัวประเมินผลความก้าวหน้าของนักเรียนโดยอัตโนมัติ

5) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนและทำงานกับโปรแกรม (Software) ที่กว้างขวางและดีกว่าการสอนตามปกติ นักเรียนได้เรียนแบบ Active Learning ตลอดจนการเรียนแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่าปกติ

เกอร์ราร์ด ยังได้ชี้ให้เห็นถึงประโยชน์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ที่มีต่อครูไว้ดังนี้

1) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะกำจัดการทำงานที่น่าเบื่อหน่ายงานที่ต้องทำอยู่ซ้ำ ๆ ออกไป

2) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะทำให้ครูผู้สอนสามารถปรับปรุงตัวเองให้มีประสิทธิภาพทันต่อเหตุการณ์ปัจจุบันมากขึ้น

3) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะเป็นเครื่องช่วยสนับสนุนให้ครูใช้โปรแกรมแตกต่างกันในแต่ละเทอม

4) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทำให้ครูผู้สอนมีเวลาที่จะทำงานกับนักเรียนมีความสัมพันธ์ กับเด็กและช่วยเหลือเด็กแต่ละคนได้มากยิ่งขึ้น

ฮอล (Hall.1982: 362) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีต่อครูผู้สอนไว้ดังนี้

1) ลดชั่วโมงสอน เพื่อจะปรับปรุงการเรียนการสอน
2) ลดเวลาที่ต้องติดต่อกับนักเรียน
3) มีเวลาศึกษาตำรางานวิจัย และพัฒนาความสามารถให้มากยิ่งขึ้น
4) ช่วยสอนในชั้นเรียน สำหรับผู้ที่สอนมาก โดยการเปลี่ยนจากการฝึกทักษะในห้องเรียนเป็นการใช้ระบบคอมพิวเตอร์แทน
5) ให้โอกาสในการสร้างสรรค์และพัฒนานวัตกรรมใหม่ ๆ สำหรับหลักสูตรและวัสดุเพื่อการศึกษา
6) เพิ่มวิชาสอน โดยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะสอนตามความต้องการของนักเรียน
7) ช่วยพัฒนาทางวิชาการ
8) ช่วยให้มีเวลาสำหรับตรวจสอบและพัฒนาหลักสูตร
9) ช่วยเพิ่มวัตถุประสงค์ของการสอนได้เท่าที่จะเป็นไปได้ เช่น การฝึกฟังดนตรี จัดนิทรรศการ งานกราฟฟิก
10) เป็นการสอนอย่างมีแบบแผน สามารถตรวจสอบได้ และเป็นบทเรียนที่มีคุณภาพสูงสำหรับนักเรียน
11) พัฒนาความก้าวหน้าของนักเรียน ข้อมูลที่ได้จากนักเรียนจะนำมาปรับปรุงหลักสูตร
12) ลดเวลาในการเรียน
13) หลักสูตรที่ใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถส่งเสริมการสอนได้

จากประโยชน์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่นักวิชาการได้กล่าวมานั้น พอสรุปได้ว่าเราสามารถนำบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้ 1) สอนเสริมนอกเวลาเรียน 2) ทบทวนในเวลาที่นักเรียนตามไม่ทัน 3) สอนแทนครูที่ขาดแคลนได้ และ 4) สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ของนักเรียนเนื่องจากความสามารถในการแสดงเนื้อหา ข้อมูล ผลลัพธ์ ในรูปแบบมัลติมีเดีย

ตอนที่ 3 การสร้างและพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

1) ขั้นออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2) ขั้นสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

3) ขั้นพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

3.1 ขั้นออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ในการออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั้น อเลสซี และ ทรอลลิป (Alessi and Trollip. 1991: 274-278) ได้เสนอขั้นตอนในการพัฒนาบทเรียนไว้ 7 ขั้นตอน

3.1.1 ขั้นตอนที่ 1 การกำหนดจุดมุ่งหมาย หรือเป้าหมายของบทเรียนเพียงบทเดียว โดยกล่าวถึงสิ่งที่นักเรียนควรรู้ และความสามารถของนักเรียนเมื่อการเรียนสิ้นสุดลง ซึ่งจะต้องพิจารณาความรู้พื้นฐาน และความต่อเนื่องของเนื้อหาใหม่กับความรู้เดิม ซึ่งความสามารถของนักเรียนเมื่อการเรียนสิ้นสุดลง จะวัดได้ด้วยการกำหนดจุดประสงค์ปลายทางเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.1.2 ขั้นตอนที่ 2 การรวบรวมทรัพยากร ทรัพยากรแบ่งเป็น 3 ประเภท คือ ทรัพยากรด้านเนื้อหาวิชา ได้แก่ ตำราเรียนหนังสืออ้างอิง สื่อต้นแบบ เป็นต้น ทรัพยากรด้านการพัฒนาการสอน ได้แก่ ตำราการออกแบบการสอน รูปภาพ บุคลากรด้านออกแบบการสอน เป็นต้น และทรัพยากรที่เกี่ยวกับการส่งผ่านบทเรียน ได้แก่ เครื่องคอมพิวเตอร์ คู่มือปฏิบัติการของเครื่อง และระบบสนับสนุนการใช้เครื่อง เป็นต้น

3.1.3 ขั้นตอนที่ 3 การสร้างความคิดเกี่ยวกับบทเรียน วิธีที่ดีที่สุดสำหรับขั้นตอนนี้ก็คือ การระดมความคิดซึ่งจะทำให้ได้ความคิดที่สร้างสรรค์และน่าสนใจ เรื่องที่ให้ระดมความคิดมี 2 เรื่อง คือ เรื่องที่ควรสอนและวิธีการสอน การจัดระบบความคิด โดยการขจัดความคิดที่ไม่มีคุณค่าออกไป จัดลำดับรายการแสดงรายละเอียด และทำการปรับความคิดที่ดี ๆ เขียนเป็นโฟล์วชาร์ต (flowchart lesson)

3.1.4 ขั้นตอนที่ 4 การผลิตบทเรียนบนกระดาษเริ่มตั้งแต่การร่างเนื้อหาการสอนโดยเริ่มตั้งแต่การเสนอข้อสนเทศการเชื่อมต่อข้อสนเทศ คำถาม ข้อมูลป้อนกลับ คำแนะนำ การบันทึกผลและกราฟฟิกต่าง ๆ ตลอดจนถึงการทำแผ่นเรื่องราว (storyboard) ซึ่งเป็นภาพแทนจอภาพคอมพิวเตอร์

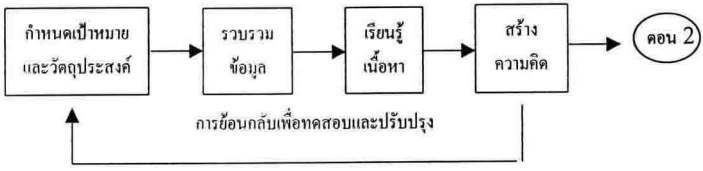
3.1.5 ขั้นตอนที่ 5 การเขียนผังงานเป็นแสดงการทำงานของโปรแกรมซึ่งควรแสดงรายละเอียดของข้อความคำถาม โอกาสเลือก กราฟฟิก ฯลฯ งานขั้นนี้มีรายละเอียดและสลับซับซ้อนมาก ควรทำเป็นชุด โดยเริ่มจากผังงานที่แสดงเฉพาะหลักการสำคัญ จนถึงขั้นสุดท้ายที่มีรายละเอียด

สมบูรณ์ รวมถึงการเขียนโปรแกรม เป็นกระบวนการการแปลผังงานและแผ่นเรื่องราว (storyboardd) ให้แก่เครื่องคอมพิวเตอร์

3.1.6 ขั้นตอนที่ 6 การผลิตเอกสารประกอบบทเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจหลักการและวิธีการใช้บทเรียนเริ่มตั้งแต่การติดตั้งโปรแกรมจนถึงการใช้บทเรียนและกิจกรรมต่าง ๆ ที่อยู่ในบทเรียนควรมีเอกสารประกอบบทเรียนด้วย

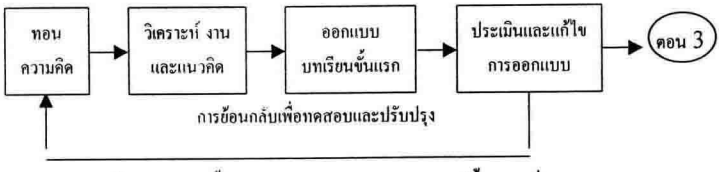
3.1.7 ขั้นตอนที่ 7 การประเมินคุณภาพและประสิทธิภาพของบทเรียนมีข้อที่ควรพิจารณา 2 ประการคือ รูปลักษณะที่น่าสนใจ และการทำงานที่มีประสิทธิภาพ โดยทำการประเมินจากความคิดเห็นของครู หรือนักออกแบบการสอน นักเรียน และจากการนำไปใช้จริง

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนการเตรียม



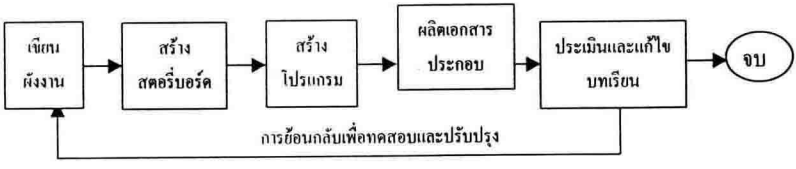
ภาพที่ 2.1 แสดงขั้นตอนการออกแบบคอมพิวเตอร์ขั้นตอนที่ 1

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นตอนการออกแบบบทเรียน



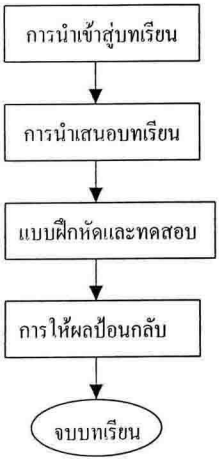
ภาพที่ 2.2 แสดงขั้นตอนการออกแบบคอมพิวเตอร์ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 3 – 7



ภาพที่ 2.3 แสดงขั้นตอนการออกแบบคอมพิวเตอร์ขั้นตอนที่ 3 -7

3.2 ขั้นสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยส่วน



ภาพที่ 2.4 แสดงขั้นตอนการสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบศึกษาเนื้อหาใหม่

3.2.1 การนำเข้าสู่บทเรียน

ส่วนของการนำเข้าสู่บทเรียนจะประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ประกอบไปด้วย

1) การเร้าความสนใจ ซึ่งอยู่ในรูปของส่วนของหน้านำเรื่อง ซึ่งบอกชื่อเรื่องของบทเรียน ผู้สร้างบทเรียนและการแนะนำเนื้อหาโดยทั่วไปในบทเรียน

2) การบอกวัตถุประสงค์ ซึ่งอาจจะนำเสนอในหน้าเดียวกันกับหน้านำเรื่องหรือแยกออกมาก็ได้

3) การทวนความรู้เดิมซึ่งอยู่ในรูปของการให้ความรู้พื้นฐานแก่ผู้เรียนก่อนการเรียน และการทดสอบความรู้ก่อนเรียน

3.2.2 การนำเสนอบทเรียน

ส่วนของการนำเสนอเนื้อหา วิธีการและรูปแบบในการนำเสนอเนื้อหาเป็นผลที่ได้จากการวิเคราะห์การเรียนการสอนการวิเคราะห์งานและการวิเคราะห์แนวคิดที่เหมาะสมของเนื้อหานั้น ๆ ทั้งในลักษณะของพฤติกรรมหรือทักษะต่าง ๆ ที่ผู้เรียนจะต้องฝึกฝน รวมทั้งแนวคิดที่

ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจทั้งนี้เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ ลักษณะของการนำเสนอความรู้แบบบอกให้รู้ โดยใช้สื่อประเภทต่าง ๆ อาจอยู่ในลักษณะของการนำเสนอความรู้แบบค้นพบหรือแบบอุปมาน เช่น การให้ผู้เรียนได้ทำการทดลอง ตอบคำถามสั้น ๆ และคิดค้นคว้าหาคำตอบได้ด้วยตนเอง

3.2.3 แบบฝึกหัดและทดสอบ

ส่วนของการเรียนซึ่งกระตุ้นการตอบสนองและทดสอบความรู้ของผู้เรียนในรูปของการให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดและทำแบบทดสอบ เป็นการให้โอกาสผู้เรียนในการตรวจสอบว่าความเข้าใจจากการเรียนของตน หลังจากจบแต่ละแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบนี้แล้ว ก็จะมีการสรุปคะแนนของผู้เรียนไว้ให้ด้วย

3.2.4 การให้ผลป้อนกลับ

การให้ผลป้อนกลับหลายวิธีดังต่อไปนี้

1) ผลป้อนกลับที่ดีควรเป็นผลป้อนกลับในลักษณะพร้อมคำอธิบายให้ผู้เรียนทราบว่า ผู้เรียนทำถูกหรือผิด หากผิด ๆ อย่างไร เพราะอะไร อาจอยู่ในลักษณะของการชี้ข้อผิดพลาดของคำตอบของผู้เรียน นอกจากจะเป็นการเสริมแรงแล้วยังเป็นการให้ข้อมูลเพิ่มเติมแก่ผู้เรียน ในการพยายามครั้งต่อไปอีกด้วย

2) ป้อนกลับที่ดีควรมีลักษณะเป็นทางบวก ให้ผู้เรียนได้รับความรู้สึกที่ดี เช่น ให้รางวัลหรือ คำชมเมื่อทำถูกต้อง

3) ผลป้อนกลับควรมีความหลากหลายและไม่กินเวลานาน

4) ผลป้อนกลับที่ดีควรมีคำเฉลยแต่ทั้งนี้ก็แล้วแต่จุดประสงค์ของแบบทดสอบ เพื่อเป็นกากรประเมินและเก็บคะแนนก็อาจไม่จำเป็น

5) ควรจัดให้ผลป้อนกลับและตอบแสดงผลบนหน้าจอภาพได้พร้อม ๆ กัน เพื่อผู้เรียนจะได้อ้างอิงถึงคำตอบของตนได้

6) พิจารณาการใช้เสียงในการให้ผลป้อนกลับ เช่นเดียวกับผลป้อนกลับด้วยสื่ออื่นๆ ควรให้มีความหลากหลายไม่ซ้ำ ๆ กันและไม่กินเวลานาน

7) หลีกเลี่ยงการให้ผลป้อนกลับทางลบ ควรใช้ผลป้อนกลับที่ดึงดูดใจหรือน่าสนใจมากกว่าผลป้อนกลับทางบวก

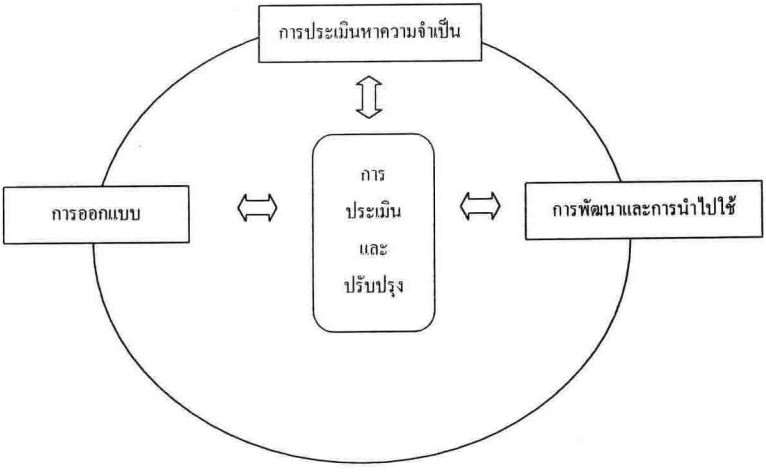
3.2.5 จบบทเรียน

ขั้นตอนนี้ควรที่จะมีการทบทวนสรุปเนื้อหาในส่วนที่จำเป็น พร้อมกับการแนะนำแหล่งความรู้อื่นๆที่เป็นประโยชน์ในการศึกษาเพิ่มเติม ซึ่งในส่วนนี้จะตรงกับขั้นตอนของการจำและนำไปใช้ ในส่วนนี้ควรที่จะมีคำถามเพื่อขอคำยืนยันในการออกจากบทเรียน เพื่อป้องกันความ

ผิดพลาดอันเกิดจากการกดปุ่มผิดหรือการลองปุ่ม สำหรับการออกแบบบทเรียนที่ใช้เวลาเรียนค่อนข้างนาน หากผู้เรียนต้องออกจากบทเรียนในขณะที่ยังเรียนไม่จบบทเรียน ควรให้บทเรียนสามารถบันทึกสถิติการเข้าใช้ของผู้เรียนได้ ผู้เรียนสามารถที่จะตรวจสอบได้ว่าตนนั้นได้ศึกษาบทเรียนไปแล้วมากน้อยเพียงใด

3.3 ขั้นพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ระบบการออกแบบการเรียนการสอนประกอบด้วยชุดของขั้นตอนย่อย ๆ ที่เกี่ยวข้องกับซึ่งอาศัยหลักการที่ได้มาจากผลการวิจัย และทฤษฎีทางการศึกษาจัดเป็นขั้นตอนทั่วไปที่พบในระบบการออกแบบการเรียนการสอนซึ่งยึดถือแนววิธีระบบ (System approaches) เป็นหลักซึ่งประยุกต์ใช้เป็นแนวในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ให้มีประสิทธิภาพได้ ดังแบบจำลองภาพที่ 2.14



ภาพที่ 2.5 แสดงแบบจำลองที่ดัดแปลงจากแบบจำลองของ แฮนนาฟินและเพ็ค (Hannafin and Peck 1988 : 60)

3.3.1 ขั้นการประเมินหาความจำเป็น การประเมินที่จะใช้ตรวจสอบว่าได้บรรลุผลตามวัตถุประสงค์เพียงใด ผู้ออกแบบบทเรียนจะต้องแจกแจง ความรู้ที่ผู้เรียนจะต้องได้รับในระหว่างการศึกษาบทเรียน รวมทั้งความรู้ และทักษะพื้นฐานก่อนเรียนเมื่อการประเมินหาความต้องการจำเป็นสมบูรณ์ จึงดำเนินไปสู่ขั้นการประเมินผลและปรับปรุง

3.3.2 ขั้นการออกแบบ มุ่งที่จะแก้ปัญหา มีขั้นตอนย่อย ๆ ดังนี้

1) กำหนดลักษณะของปัญหา

2) พิจารณาลำดับขั้นตอนที่จะให้บรรลุผลตามวัตถุประสงค์

3) เลือกแนวทางแก้ปัญหาที่ดีที่สุด

4) กำหนดเป็นกิจกรรมการเรียนรู้

5) แปลงการเรียนทั้งหมดลงในสตอรี่บอร์ด (Storyboard) ซึ่งแสดงเป็นภาพของการ ออกแบบบน หน้าจอภาพที่จะนำเสนอข้อมูลสำคัญต่อผู้ตรวจทานและออกแบบการเรียน

6) หมายเลขกำกับลำดับจอภาพ

7) วัตถุประสงค์ข้อที่กำหนดซึ่งสัมพันธ์กับจอภาพ

8) รายละเอียดบนจอภาพจะต้องมีอะไรบ้าง

9) ส่วนบน และส่วนล่างของจอภาพ

10) ข้อความและภาพประกอบ

11) สีสันของพื้นจอภาพ สีสันของข้อความและภาพ ตลอดจนรูปแบบและขนาดตัวอักษร

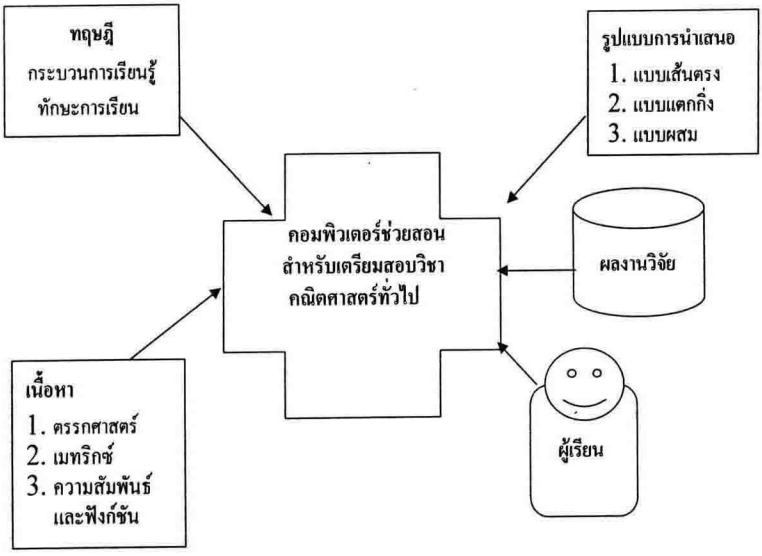
12) คำสั่งที่จำเป็นประจำหน้าจอภาพจะกำหนดเป็นสัญลักษณะ หรือข้อความ เมื่อเสร็จภารกิจขั้นตอนนี้ จำเป็นต้องประเมินแลปรับปรุงแก้ไข โดยคณะผู้ประเมินบางทีอาจต้องย้อนกลับไปขั้นแรกใหม่ ถ้าจำเป็น หรืออาจไปสู่ขั้นที่สามได้เลย

3.3.3 ขั้นการพัฒนาและนำไปใช้ เป็นการเปลี่ยนบทเรียนบทกระดาษลงเครื่องคอมพิวเตอร์ รวมถึงการเขียนผังงาน (Flowchart) การออกแบบบนหน้าจอภาพ การทดสอบและแก้ไขการปฏิบัติในการเรียน การประเมินผลย่อย และการประเมินผลรวม นำผลมาทำการปรับปรุงแก้ไข

3.4 การสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับงานวิจัย

การสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในงานวิจัยครั้งนี้ ได้นำองค์ความรู้ทฤษฎีรูปแบบผลงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน นำมาประยุกต์รวมกันขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาในแต่ละช่วงของความเข้าใจ และพื้นฐานของผู้เรียน ที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้และเป็นอิสระในการเรียนรู้ด้วยตนเอง ดังภาพที่ 2.6 และ 2.7

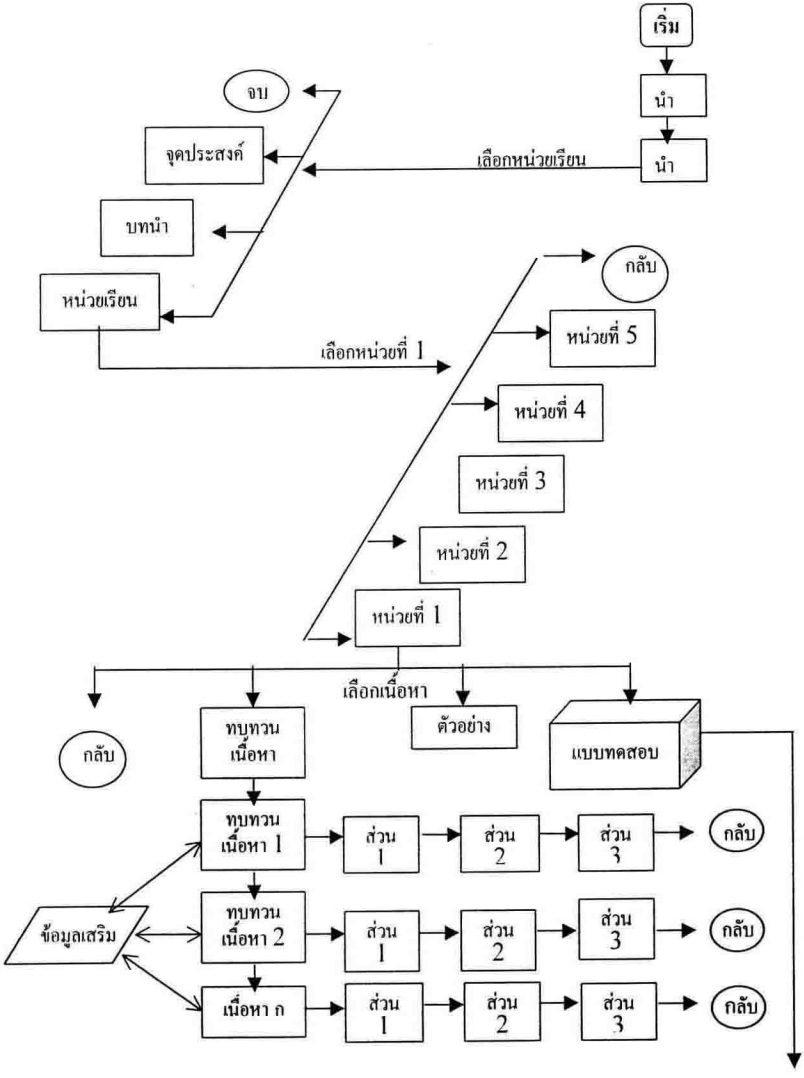
แนวคิดการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบในการวิจัยนี้



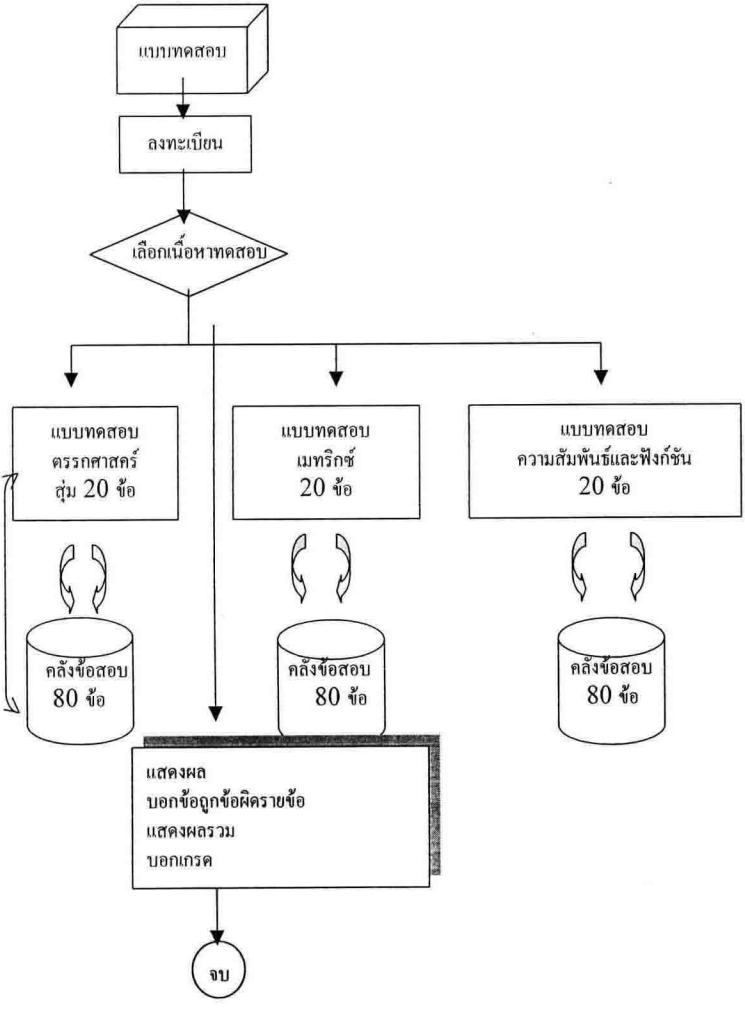
ภาพที่ 2.6 แสดงแบบจำลองการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบในการวิจัยครั้งนี้

จากแนวคิดที่ได้รวบรวมมาในรูปที่ 2.6 นำมาออกแบบสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปที่มีการออกแบบการสร้างเป็นแบบผสม โดยใช้แบบเส้นตรงในส่วนที่เป็นสรุปเนื้อหาเป็นลำดับขั้นตอนที่ตายตัว และใช้แบบแตกกิ่งในส่วนที่ให้ผู้เรียนได้เลือกเรียนตามความสามารถ และเป็นอิสระในการเรียนรู้ ผู้เรียนจะออกจากการเรียนเมื่อไรก็ได้ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีแบบจำลองดังภาพที่ 2.8

แบบจำลองการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในการวิจัย



แสดงส่วนของแบบทดสอบ



ภาพที่ 2.7 แสดงแบบจำลองในการออกแบบสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์

ตอนที่ 4 การทบทวน (review)

4.1 ความสำคัญของการทบทวนที่มีต่อการเรียนการสอน

การทบทวนในการเรียนการสอน เป็นวิถีทางของการย้ำให้เกิดการเรียนรู้ เพราะไม่มีใครจำสิ่งที่เรียนมาได้ทั้งหมด การสรุปสาระสำคัญของบทเรียนเป็นการทบทวนวิธีหนึ่งที่มีความจำเป็นต่อการเรียนการสอน เพราะการสรุปสาระสำคัญจะทำให้เกิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ ไปยังสถานการณ์ใหม่หรือทำให้ผู้เรียนได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ซึ่งการสรุปสาระสำคัญจะช่วยเพิ่มสมรรถภาพการเรียนรู้ในสถานการณ์ใหม่ด้วย (ชม ภูมิภาค, 2523 : 226)

การสรุปสาระสำคัญของบทเรียนอาจทำได้หลายลักษณะ เช่น

1. สรุปเมื่อจบบทเรียนในแต่ละบท
2. สรุปในแต่ละระดับขั้นของการเรียน ซึ่งบทเรียนบทหนึ่ง ๆ อาจจะมีหลายระดับขั้นของการเรียน
3. สรุปทันทีที่มีการทำแบบฝึกหัดเสร็จสิ้น
5. สรุปเมื่อมีปัญหาหรืออุปสรรคเกิดขึ้น

การสรุปสาระสำคัญที่กล่าวมาแล้วนั้นมีคุณค่าต่อการเรียนการสอนหลายประการ (วิชัย ดิสสระ. 2519 : 82 – 85) เช่น

1. ประมวลประเด็นสำคัญที่เรียนไปแล้วเข้าด้วยกัน
2. เชื่อมโยงกิจกรรมการเรียนการสอนเข้าด้วยกัน
3. รวบรวมความสนใจของผู้เรียนเข้าได้ด้วยกัน
4. สร้างความเข้าใจในบทเรียนให้ดียิ่งขึ้น
5. ส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ให้กับผู้เรียน

ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า การทบทวนโดยการสรุปสาระสำคัญของบทเรียนมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ กล่าวคือ

1) ป้องกันความผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทำข้อทดสอบ
2) ผู้เรียนสามารถที่จะค้นหาคำตอบที่ถูกต้องได้ด้วยตนเอง
3) การทบทวนเป็นการชี้นำ (cueing) และแนะแนว (guidance) ทางการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน
4) การทบทวนทำให้เกิดการเชื่อมโยงลำดับและสาระสำคัญของเนื้อหาเข้าด้วยกัน
5) ทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการตอบคำถามได้ถูกต้องมากที่สุดอันจะทำให้ผู้เรียนเกิดความพึงพอใจและมีความกระตือรือล้นในการเรียนมากยิ่งขึ้น

6) การทบทวนเกื้อหนุนต่อความจำในระยะสั้นและระยะยาว

7) การทบทวนทำให้เกิดการจำได้ โดยการเรียนซ้ำ (relearning) การจำได้โดยการเชื่อมโยง (reintegration) (Fleming and Levie. 1977 : 139 ; Gagne and Briggs. 1979 : 166 ; Nishikawa. 1988 : 524 ; Rothen and Tennyson. 1978 : 319 ; Fleming and Levie. 1977 : 183)

อย่างไรก็ดี การสรุปสาระสำคัญของเนื้อหา จะมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้อย่างจริงจังก็ต่อเมื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสรุปสาระสำคัญของเนื้อหานั้นอีกครั้งหนึ่งโดยอาจจะมีรูปแบบเนื้อหาคงเดิม (identical form) หรือเรียบเรียงให้แตกต่างออกไป (Varied form) (Kemp and Smellie. 1989 : 25 ; citing Hoban and Van Ormer. 1950 ; Allen. 1973)

4.2 การทบทวนในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

การทบทวนในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของการให้ข้อมูลป้อนกลับ ซึ่งในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบการสอน จะให้ข้อมูลป้อนกลับในลักษณะของการให้ข้อสนเทศ (informational feedback) ข้อมูลป้อนกลับจะให้ข้อสนเทศ จะให้ตามการตอบสนองของผู้เรียนที่ตอบคำถาม ซึ่งโดยสาระแล้ว จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับความเพียงพอในการตอบสนองของผู้เรียนหรือการช่วยผู้เรียน ป้องกันและแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียนไม่ให้เกิดซ้ำ และ/หรือช่วยเหลือผู้เรียนให้เข้าใจบ้าง ทำไมคำตอบที่ถูกจึงถูกต้อง จุดประสงค์หลักของการให้ข้อมูลป้อนกลับแบบให้ข้อสนเทศก็เพื่อป้องกันและแก้ไขข้อผิดพลาดของผู้เรียน และในขณะเดียวกันก็ป้องกันข้อผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการเรียนต่อไปด้วย (Smith. 1988 : 734) นั่นคือ การให้การทบทวนในเรื่องของการให้ข้อมูลป้อนกลับ จะเกิดขึ้นภายหลังจากการตอบสนองของผู้เรียน ซึ่งผู้เรียนอาจจะตอบถูก หรือตอบผิดแล้วจึงได้รับการทบทวนหรือแก้ไข รา (Rha. 1988 : 928) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้ข้อมูลป้อนกลับ 3 แบบ คือ แบบที่ 1 เป็นข้อมูลป้อนกลับแบบตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ แบบที่ 2 ข้อมูลป้อนกลับแบบให้คำตอบที่ร่วมกับการให้ข้อมูลป้อนกลับแบบให้ข้อสนเทศ (KCRI : correct answer plus information feedback) โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษามหาวิทยาลัยอินเดียน่า จำนวน 60 คน ที่ศึกษาวิชาสังคมวิทยา ผลการวิจัยพบว่า การให้ข้อมูลป้อนกลับแบบให้คำตอบที่ถูกร่วมกับการให้ข้อสนเทศ และการให้ข้อมูลป้อนกลับแบบให้คำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว มีประสิทธิภาพต่อการเรียนรู้ทัดเทียมกัน ส่วนพอลไลน์ (Pauline. 1987 : 2539) ได้ศึกษาผลของการให้ข้อมูลป้อนกลับร่วมกับการให้การทบทวนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 ได้รับการสอนด้วยสไลด์ประกอบเสียงซึ่งเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์ พบว่า การให้

ข้อมูลป้อนกลับร่วมกับการทบทวน จะมีประสิทธิผลต่อการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญ เฉพาะต่อการเรียนรู้ในระดับสูง (higher order leaning) เท่านั้น

จากเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับความสำคัญของการทบทวนโดยสื่อประเภทต่าง ๆ แสดงให้เห็นว่าการทบทวนสาระสำคัญของเนื้อหาในแต่ละบทเรียน มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ทั้งในแง่ของการป้องกันความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น การเชื่อมโยงสาระสำคัญของเนื้อหาเข้าด้วยกันและการให้แนวทางการเรียนรู้ ตลอดจนทำให้เกิดการจำได้ทั้งในระยะสั้นและในระยะยาว นอกจากนี้ได้มีการฝึกทำแบบทดสอบเมื่อวัดผลของการเรียนรู้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในบทเรียนอย่างแท้จริง และสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ได้ และผลจากการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่ได้รับการทบทวนสาระสำคัญในบทเรียนและฝึกทำแบบทดสอบจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่ไม่ได้รับการทบทวนในบทเรียน และฝึกทำแบบทดสอบ

ตอนที่ 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในประเทศ

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

5.1 งานวิจัยในประเทศ

กรองทอง ตรีอาภรณ์ (2540) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องกำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร หาประสิทธิภาพโดยใช้นักเรียนโรงเรียนบางแก้ว จำนวน 18 คน มีประสิทธิภาพ 73.7 / 77.7 กลุ่มตัวอย่างใช้นักเรียนโรงเรียนประทุมคงคา 2 ห้องเรียน ห้องหนึ่งเรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน อีกห้องเป็นกลุ่มควบคุม เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระหว่าง 2 กลุ่ม พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่ม แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

บุญญา เพียรสวรรค์ (2540) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนระบบมัลติมีเดีย เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่พัฒนาตามแนวคิดของอ เลสซีและทรอลลิป แนวคิดของแสนนาฟิน และแนวคิดของเคมพ์ โดยมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนเฉลิมขวัญสตรี จังหวัดพิษณุโลก จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม สำหรับกลุ่มทดลอง 30 คน แบ่งเป็นระดับความสามารถต่ำ ปานกลาง และสูง ระดับละ 10 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วยตนเองที่ไม่มีครูผู้สอน และกลุ่มควบคุมเรียนโดยวิธีปรกติ จำนวน 8 คาบเรียน ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกับกลุ่มควบคุมที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมและ

ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่างกันคือ ต่ำ ปานกลาง และสูง แต่ละคู่มีความแตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

เกษม พึ่งพา (2541) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้น ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดราชบพิธกรุงเทพมหานคร ได้ประสิทธิภาพ 95.22 / 76.37 กลุ่มตัวอย่าง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โรงเรียนวัดราชบพิธ โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน และกลุ่มควบคุม 46 คน เรียนแบบปกติ ได้ผลการวิจัยคือ วิเคราะห์ ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม โดยใช้คะแนนทดสอบก่อนเรียนเป็นตัวแปรร่วม เพื่อปรับความคลาดเคลื่อน และความลำเอียงให้น้อยลง นักเรียนแสดงความคิดเห็นทางบวก และพบว่าในการเรียนด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนน้อย คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มทดลองแตกต่างจากกลุ่มกาบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ 0.05

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

แจ็คสัน (Jackson 1997) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดเห็นที่สอดคล้องกันระหว่างนักเรียน ครู และผู้บริหารในเรื่องประโยชน์ที่ให้นักเรียนใช้ CAI ในโรงเรียนระดับประถมศึกษา โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 3 และเกรด 5 จำนวน 84 คน ครู 16 คน ผู้บริหาร 16 คน จากโรงเรียน 2 โรง ซึ่งเป็นโรงเรียนที่ต้องมีตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 5 เป็นโรงเรียนที่ใช้เทคโนโลยีทั้งระบบ ไม่ว่าจะเป็นห้องสมุดหรือในห้องเรียนก็ต้องมีคอมพิวเตอร์ และนักเรียนต้องใช้คอมพิวเตอร์อย่างน้อย 3 ปีขึ้นไป ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาโดยการสำรวจด้านความสมบูรณ์ของคอมพิวเตอร์ในด้านเนื้อหาสาระของวิชาและความเชื่อถือในการใช้คอมพิวเตอร์ พบว่าครู ผู้บริหารและนักเรียนชอบใช้ จากการศึกษาพบว่า ครู ผู้บริหาร และนักเรียนชอบใช้คอมพิวเตอร์ในการแก้ปัญหาโจทย์ในวิชาคณิตศาสตร์ และในวิชาด้านภาษา ต่างมีความเห็นตรงกันในด้านประโยชน์ของการใช้ คอมพิวเตอร์ ในการแก้ปัญหาโจทย์ยาก ๆ โดยเครื่องคอมพิวเตอร์จะช่วยบอกให้รู้เมื่อเขาทำผิด จะช่วยแก้ปัญหาในระหว่างทำได้ตลอดจนจบ

เทตลอค (Tetlock 1997) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในการช่วยสอนเสริมวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียนที่มีต่อทัศนคติและกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งได้ใช้แบบสอบถามประกอบด้วยข้อความแบบลิเคิร์ด (Likert) ซึ่งนำมาพัฒนาเพื่อใช้ในการประเมินด้านทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์โดยนักเรียนจะต้องตอบคำถามปลายเปิดทั้ง 2 ข้าง เพื่อชี้ให้เห็นว่าเขาชอบอะไรมากที่สุดและน้อยที่สุดในการใช้ CAI ในการ

เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้ผลสรุปว่า นักเรียนมีทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ และนอกจากนี้ยังทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการสอนอย่างมีนัยสำคัญ คือ ครูกลายเป็นผู้อำนวยความสะดวกในกระบวนการเรียน และครูจะต้องเตรียมการสอนอย่างมาก ตั้งแต่เตรียมเครื่องคอมพิวเตอร์ และตัวโปรแกรมสำหรับใช้ในห้องเรียน ซึ่งเป็นการเสริมเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน

แรนแดล อี ชูแมคเคอ. จอน ไอ. ยัง และ คาเรน แอล. เรมบรี (Randall E. Schumacker. Jon I. Young and Karen L. Bembry 1993) ได้ทำการศึกษาโดยใช้กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เพื่อตัดสินและเปรียบเทียบผลการสอนด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับการสอนโดยวิธีบรรยายทั่วไป ด้านทัศนคติที่มีวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาพีชคณิต 1 โดยเฉพาะอย่างยิ่งได้สำรวจความแตกต่างเกี่ยวกับความวิตกกังวลทัศนคติที่มีต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อมั่นเกี่ยวกับการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับเกรด 9 หรือเกรด 10 ของโรงเรียนในเขตปริมาณฑลของรัฐเท็กซัสตอนเหนือ จำนวนทั้งหมด 294 คน กำลังเรียนวิชาพีชคณิต 1 แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 106 คน และกลุ่มควบคุม 188 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ใช้โปรแกรมที่เรียกว่า Learning Logic นักเรียนในชั้นเรียนและรวมถึงการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนควบคู่กันไป เงื่อนไขการใช้คอมพิวเตอร์เป็นช่วงเช้าหรือเย็นหลังเลือกเรียนกับกลุ่มควบคุมซึ่งนักเรียนเรียนตามปกติ และสามารถขอความช่วยเหลือจากครูผู้สอนนอกเวลาเรียนได้เสมอ ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาพีชคณิต 1 ของกลุ่มควบคุมสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และไม่พบความแตกต่างของคะแนนความวิตกกังวล ทัศนคติ และความเชื่อมั่นเกี่ยวกับการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ริแนลดิ. ไอริส ลิลเลียน (Rinalai. Iris Lilian 1997) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางวิชาคณิตศาสตร์จากการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและการสอนโดยครูในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเศษส่วนทศนิยมและเปอร์เซนต์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 ที่มีพื้นฐานอ่อนและต้องแก้ไขให้มีทักษะดีขึ้น จำนวน 22 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน อีกกลุ่มหนึ่งเรียนกับครูโดยตรง ใช้เวลาเรียน 5 สัปดาห์ ๆ ละ 4 วัน ๆ ละ 1 ชั่วโมง ทำการสอนตามหลักสูตร เน้นไปที่การสอนซ้ำ ในเรื่องการหาค่าเศษส่วน ทศนิยมและเปอร์เซนต์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับกลุ่มที่เรียนกับครูไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ฟินช์, เคอริท เอลสเวิร์ธ, เจอาร์ (Finch, Curits Ellsworth, JR 1997) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ CAI เสริมให้แก่เด็กชนบทเกรด 7 เพื่อปรับปรุงคะแนนคณิตศาสตร์ซึ่งวัดและประเมินผล โดย The Michigan Educational Assessment Program Test (MEAP) กลุ่มตัวอย่างนักเรียนชนบทเกรด 7 ของโรงเรียนทางตอนเหนือของมิชิแกนจำนวน 180 คน ซึ่งมีผู้สมัครใจเข้าร่วมการทดลอง 60 คน ทำการสุ่มมา 35 คน และที่เหลือจากทั้งหมดสุ่มมาอีก 35 คน เพื่อเป็นกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองใช้ CAI ช่วยในการสอนเสริม กลุ่มควบคุมเรียนตามปกติกับครู ทำการทดลอง 5 สัปดาห์ ทำการทดสอบก่อนเรียนโดยใช้ข้อสอบของ CAI ผลการวิจัยพบว่าไม่มีความแตกต่างกันภายในกลุ่มเดียวกัน ส่วนการทดสอบหลังเรียนโดยใช้ข้อสอบของ MEAP ก็ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนการทดสอบก่อนเรียนและคะแนนการทดสอบหลังเรียนอยู่ที่ระดับ 0.01

คอลลินส์, โธมัส, เจอาร์ (Collins, Thomas, JR. 1997) ทำการศึกษาถึงผลการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในวิชาพีชคณิตที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและระดับความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทัศนคติของนักเรียนในการใช้คอมพิวเตอร์ กลุ่มตัวอย่างสุ่มจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาของ History black University มา 96 คน แบ่งเป็น 4 กลุ่ม เป็นกลุ่มทดลองใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน 2 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 2 กลุ่ม (เรียนตามปกติสอนโดยครู) กลุ่มละ 24 คน ให้นักเรียนทั้ง 4 กลุ่มเรียนเรื่องพีชคณิต โดยทำการทดสอบ 3 ครั้ง คือทดสอบก่อนเรียน ทดสอบหลังเรียน และการทดลองเพื่อติดตามผล การวิจัยพบว่าการเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนทำให้ความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ลดลง และนักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญ ส่วนการเปรียบเทียบของผลการทดสอบหลังเรียนและการทดสอบเพื่อติดตามผลพบว่าไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นอกจากนี้วิธีการสอนทั้ง 2 แบบ ไม่ทำให้ความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในการทดสอบแบบติดตามผล ในการทดสอบทั้งหมดพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในเรื่องทัศนคติต่อการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ในการทดสอบติดตามผล โดยกลุ่มทดลองมีทัศนคติในทางบวกต่อการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์มากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ

ค็อก, เจเน็ท คาเร็น (Cox, Janet Karen 1997) ทำการศึกษาถึงผลของการเรียนวิชาทักษะพื้นฐานทางสายวิชาชีพ (คณิตศาสตร์, การอ่าน) โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและสอนโดยครูอธิบาย กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียนที่ทำแบบทดสอบ The test of Adult Basic Educaturral

ค็อก, เจเน็ท คาเร็น (Cox, Janet Karen 1997) ทำการศึกษาถึงผลของการเรียนวิชาทักษะพื้นฐานทางสายวิชาชีพ (คณิตศาสตร์, การอ่าน) โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนและสอนโดยครูอธิบาย กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียนที่ทำแบบทดสอบ The test of Adult Basic Educaturral 297 คน นักเรียนที่ได้รับการสำรวจทัศนคติ 325 คน นักเรียนที่ทำแบบทดสอบ The MBIT 255 คน และทำแบบสอบถาม 53 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งให้เรียนโดยครูอธิบายส่วนอีกกลุ่มหนึ่งให้เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนวิชาทักษะพื้นฐานทางสายวิชาชีพคือคณิตศาสตร์และการอ่านของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ส่วนทางด้านบุคลิกภาพและวิธีการเรียนรู้ไม่แตกต่างกัน และพบว่าทัศนคติของนักเรียนชอบวิธีการสอนโดยใช้ครูอธิบายมากกว่าใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพียงอย่างเดียว

สรุปงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ก) ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน งานวิจัยที่นำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาสอนแทนครูทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนกับครู ได้แก่ งานวิจัยของ เกษม พึ่งพา (2541) เบญญา เพียรสวรรค์ (2540) กรองทอง ตรีอาภรณ์ (2540) งานวิจัยที่นำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาสอนแทนครูทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกับการเรียนกับครู ได้แก่ งานวิจัยของ คอลลินด์ (1997) ค็อก (1997) และฟินซ์ (1997)

ข) ด้านทัศนคติ การนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้สอนแทนครู ทำให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่ งานวิจัยของ เทดลอค (1997) และคอลลินส์ (1997) และนักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อวิธีเรียนโดยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้ในการเรียนการสอน ได้แก่ งานวิจัยของ เกษม พึ่งพา (2541) เบญญา เพียรสวรรค์ (2540) กรองทอง ตรีอาภรณ์ (2540)

ค) ประเภทงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศส่วนใหญ่ เป็นงานวิจัยเกี่ยวกับการนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้สอนแทนครู วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ศึกษาทัศนคติ ความวิตกกังวล ระยะเวลาในการเรียน และความคงทน ประชากร และกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่เป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

บทที่ 3

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปและนักศึกษาที่เรียนตามปกติ
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยมีดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ทดลองเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี คณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ

1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

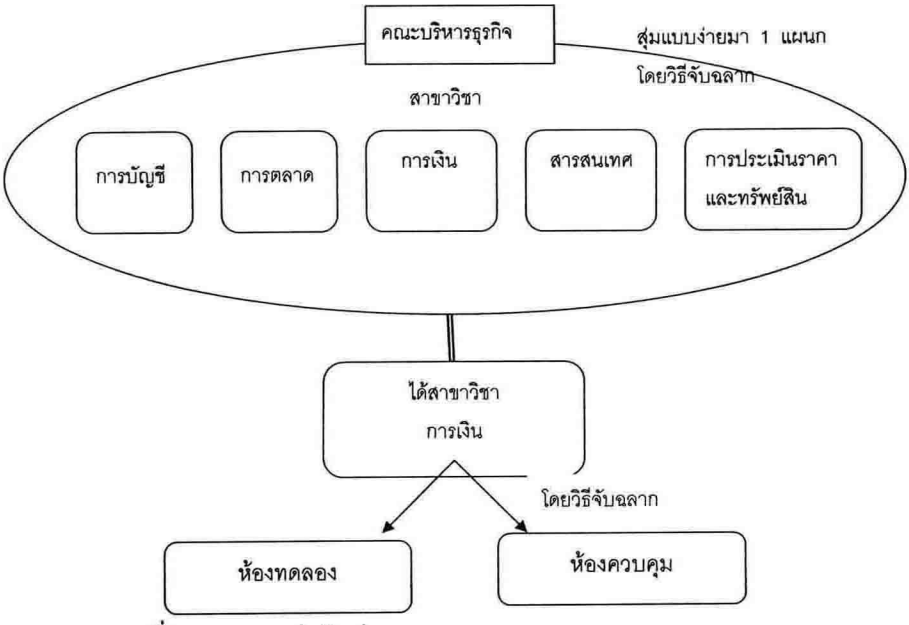
1.2.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี คณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ

1) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยว (1 : 1) เป็นนักศึกษา ระดับปริญญาตรี คณะบริหารธุรกิจ ชั้นปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2/2546 โดยคัดเลือกนักศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ อย่างละ 1 คน

2) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่มเล็ก (1 : 10) เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี คณะบริหารธุรกิจ ชั้นปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2/2546 จำนวน 10 คน โดยคัดเลือกนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง : ปาน-กลาง : ต่ำ จำนวน 3 : 4 : 3

1.2.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรีปี 1 คณะวิชาบริหารธุรกิจ ภาคเรียนที่ 1/2547 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ โดยได้จากการสุ่มแบบง่าย ได้นักศึกษาสาขาวิชาการเงินซึ่งมีจำนวน 2 ห้องๆละ 25 คนแล้วทำการจับฉลากมา 1 ห้อง เป็นห้องทดลองและอีกห้องเป็นห้องควบคุม

แสดงการสุ่มตัวอย่าง



ภาพที่ 3.1 แสดงการสุ่มตัวอย่าง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 **คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป** ประกอบด้วย

2.1.1 แบบสรุปเนื้อหา 3 หน่วย ได้แก่

1) ตรรกศาสตร์

2) เมทริกซ์

3) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

2.1.2 แบบทดสอบวัดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

2.1.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

2.2 **แบบสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป**

3. ขั้นตอนและวิธีการวิจัย

ขั้นตอนและวิธีการวิจัยแบ่งเป็น 2 ขั้น คือ 1) ขั้นสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และ 2) ขั้นทดลองใช้ แต่ละขั้นมีกิจกรรม ดังนี้

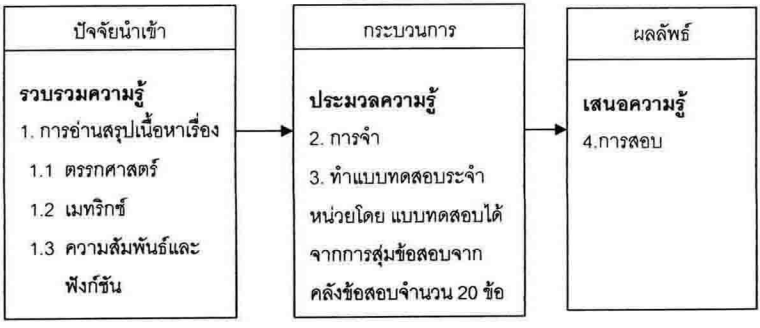
3.1 ขั้นสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.1.1 การสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

1) ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับคุณภาพของการศึกษาเชิงระบบการเรียนการสอนซึ่งประกอบด้วย ปัจจัยนำเข้า (input) กระบวนการ (process) และผลลัพธ์(output) เพื่อกำหนดกรอบการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

2) ศึกษาหลักสูตรและเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป รหัสวิชา 13-010-145 เรื่อง ตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

3) สร้างแบบสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบของทั้ง 3 เรื่องโดยอาศัยระบบการเรียนการสอนดังกล่าวเป็นกรอบดังนี้



รวมจำนวนเนื้อหา 3 เรื่อง ในแต่ละเรื่องของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปโดยใช้รูปแบบ 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 สร้างแรงจูงใจ ด้วยการบอกวัตถุประสงค์

ขั้นที่ 2 ให้ความรู้และเทคนิค

ขั้นที่ 3 ฝึกทำแบบทดสอบแต่ละเนื้อหาด้วยตนเองจากคอมพิวเตอร์

ขั้นที่ 4 รู้ผลการฝึกทันทีจากคอมพิวเตอร์

ขั้นที่ 5 ฝึกซ้ำได้

ในแต่ละหน่วยประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

1. ตรรกศาสตร์
   1.1 ประพจน์
   1.2 ตัวเชื่อมของประพจน์
   1.3 ค่าความจริงของประพจน์
   1.4 ประพจน์ที่สมมูลกัน
   1.5 สัจนิรันดร์
   1.6 วลีบอกปริมาณ
   1.7 ประโยคเปิด
   1.8 ค่าความจริงของข้อความที่มีวลีบอกปริมาณ
   1.9 นิเสธของประโยคที่มีวลีบอกปริมาณ
   1.10 การอ้างเหตุผล
2. เมทริกซ์
   2.1 นิยามเมทริกซ์
   2.2 ชนิดต่างๆของเมทริกซ์
   2.3 การดำเนินการบนเมทริกซ์
   2.4 การสลับเปลี่ยน
   2.5 ดีเทอร์มิแนท์
   2.6 เมทริกซ์ผกผัน
   2.7 การดำเนินการตามแถวและสดมภ์
   2.8 กฎของคราเมอร์
3. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
   3.1 ความสัมพันธ์
      3.1.1 ผลคูณคาร์ทีเซียน
      3.1.2 ความสัมพันธ์
      3.1.3 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
   3.2 ฟังชัน
      3.2.1 นิยามของฟังก์ชัน
      3.2.2 ชนิดต่างๆของฟังก์ชัน
      3.2.3 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
      3.2.4 พีชคณิตของฟังก์ชัน

3.2.5 ฟังก์ชันประกอบ

3.2.6 ฟังก์ชันผกผัน

3.3 ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง

3.3.1 เลขชี้กำลัง

3.3.2 สมบัติพื้นฐานของเลขชี้กำลัง

3.3.3 กราฟของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง

3.4 ฟังก์ชันลอการิทึม

3.4.1 ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเลขชี้กำลังและฟังก์ชันลอการิทึม

3.4.2 นิยามของฟังก์ชันลอการิทึม

3.4.3 สมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม

3.4.4 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

4. สร้างแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมีขั้นตอน ดังนี้

ก) ศึกษาและสร้างตารางวิเคราะห์พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับวิชาคณิตศาสตร์และเนื้อหาตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ข) สร้างข้อคำถามและตัวเลือก

ค) นำแบบทดสอบไปให้ผู้เชี่ยวชาญและผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

ง) ปรับปรุงข้อกระทงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญและผู้ทรงคุณวุฒิ จนได้แบบทดสอบพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งใช้ทดสอบก่อนเรียน จำนวน 20 ข้อ และข้อสอบเรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เรื่องละ 20 ข้อรวมจำนวน 60 ข้อที่มีค่าความยาก – ง่ายอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

5. นำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปไปหาประสิทธิภาพ โดยการนำไปทดสอบกับนักศึกษาชั้นปีที่ 2/2546 ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

ก) ทดสอบแบบเดี่ยว โดยทดสอบกับนักศึกษาภาคเรียนที่ 2/2546 คณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ จำนวน 3 คน จำแนกเป็นนักศึกษาที่มีคะแนนพื้นฐานทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ อย่างละ 1 คน เพื่อตรวจสอบข้อบกพร่องต่าง ๆ อาทิ ลำดับขั้นตอนของเนื้อหาที่สรุป ความชัดเจน ถูกต้องของภาษาที่ใช้ ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

ข) ทดสอบแบบกลุ่มเล็ก โดยทดสอบกับนักศึกษาภาคเรียนที่ 2/2546 คณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ จำนวน 10 คน โดยคัดเลือกเฉพาะนักศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง : ปานกลาง : ต่ำ จำนวน 3 : 4 : 3 เพื่อตรวจสอบความ

เหมาะสมและลำดับขั้นตอนของเนื้อหาที่สรุปและแบบทดสอบแต่ละเรื่อง การใช้สื่อ ตลอดจนการวัดและประเมินผล

ค) ทดลองภาคสนาม โดยทดลองกับนักศึกษาปริญญาตรีปี 1 ภาคเรียนที่ 1/2547 แผนกวิชาการเงิน คณะวิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ จำนวน 50 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 25 คนและกลุ่มทดลอง 25 คนเพื่อทดสอบประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

6. สร้างแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบ โดยมีขั้นตอนดังนี้

1) วิเคราะห์กรอบการประเมินการเรียนการสอนที่ประกอบด้วย ปัจจัยนำเข้า กระบวนการ ผลลัพธ์ และผลกระทบ

2) สร้างข้อคำถามในแต่ละองค์ประกอบ

3) นำแบบสอบถามไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพ

4) ปรับปรุงข้อคำถาม และกำหนดเกณฑ์ในการแปลความหมาย จนได้แบบสอบถาม จำนวน 16 ข้อ แบ่งระดับความคิดเห็นเป็น 5 ระดับ คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และ น้อยที่สุด โดยมีเกณฑ์การแปลความหมายดังนี้

ค่าเฉลี่ยคะแนนระหว่าง 5.00 – 4.51 หมายถึง มีความคิดเห็นอยู่ในระดับมากที่สุด

ค่าเฉลี่ยคะแนนระหว่าง 4.50 – 3.51 หมายถึง มีความคิดเห็นอยู่ในระดับมาก

ค่าเฉลี่ยคะแนนระหว่าง 3.50 – 2.51 หมายถึง มีความคิดเห็นอยู่ในระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ยคะแนนระหว่าง 2.50 – 1.51 หมายถึง มีความคิดเห็นอยู่ในระดับน้อย

ค่าเฉลี่ยคะแนนระหว่าง 1.50 – 1.00 หมายถึง มีความคิดเห็นอยู่ในระดับน้อยที่สุด

4. การวิเคราะห์ข้อมูลและเขียนรายงาน

4.1 การวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

4.1.1 การหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ด้วยค่า E_1 / E_2

4.1.2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาระหว่างกลุ่มทดสอบกับกลุ่มควบคุมด้วยค่า t-test

4.1.3 การวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ด้วยค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

4.2 การเขียนรายงานนำเสนอผลการศึกษาวิจัยในลักษณะความเรียงประกอบตาราง โดยแยกตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. พัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบ ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ระหว่างนักศึกษากลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม
3. ศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

1) การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

2) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไประหว่างนักศึกษากลุ่มทดลอง กับกลุ่มควบคุม

3) การวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

การวิเคราะห์ข้อมูลแต่ละตอน มีรายละเอียดดังนี้

1. การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ใช้การวิเคราะห์ประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) กับผลลัพธ์ (E_2) จากขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ ดังนี้

1) ทดสอบแบบเดี่ยว

2) ทดสอบแบบกลุ่มเล็ก

3) ทดลองภาคสนาม

ซึ่งผลการวิเคราะห์ เป็นดังนี้

1.1 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพจากการทดสอบแบบเดี่ยว

การวิเคราะห์ประสิทธิภาพจากการทดสอบแบบเดี่ยวในแต่ละทักษะ ปรากฏผลดัง ตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) กับผลลัพธ์ (E_2) จากการทดสอบแบบเดี่ยว

เนื้อหา	E_1	E_2	(E_1 / E_2 = 80/80)
ตรรกศาสตร์	78.00	76.12	ไม่ผ่าน / ไม่ผ่าน
เมทริกซ์	76.45	75.58	ไม่ผ่าน / ไม่ผ่าน
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	77.36	76.84	ไม่ผ่าน / ไม่ผ่าน

จากตารางที่ 4.1 ประสิทธิภาพของกระบวนการ กับผลลัพธ์ของทุกเนื้อหาการเรียนไม่เป็นไปตามเกณฑ์ โดยมีค่าประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) สูงกว่า ผลลัพธ์ (E_2) ทั้งนี้เนื่องจากผู้เรียนมีเวลาในการศึกษาและมีเวลาในการทำแบบฝึกหัดมากกว่า ส่วน (E_2) มีค่าน้อยกว่า เนื่องจากผู้เรียนมีเวลาในการทำสอบจำกัด ทำให้ทำคะแนนได้น้อยกว่า

1.2 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพจากการทดสอบแบบกลุ่มเล็ก

การวิเคราะห์ประสิทธิภาพจากการทดสอบแบบกลุ่มเล็กในแต่ละเรื่อง มีผลเป็นดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ค่าประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1)กับผลลัพธ์ (E_2)จากการทดสอบแบบกลุ่มเล็ก

เนื้อหา	E_1	E_2	(E_1 / E_2 = 80 / 80)
ตรรกศาสตร์	80.66	79.98	ผ่าน /ไม่ผ่าน
เมทริกซ์	78.02	77.00	ไม่ผ่าน /ไม่ผ่าน
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	79.85	80.10	ไม่ผ่าน / ผ่าน

จากตารางที่ 4.2 ประสิทธิภาพของกระบวนการสำหรับเนื้อหา เรื่องตรรกศาสตร์ และประสิทธิภาพของผลลัพธ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นไปตามเกณฑ์ ส่วนประสิทธิภาพของกระบวนการทางการเรียนเรื่อง เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชันกับผลลัพธ์ทางการเรียนเรื่อง ตรรกศาสตร์ และเมทริกซ์ไม่เป็นไปตามเกณฑ์เนื่องจากแบบทดสอบเรื่อง เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชันในคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและแบบทดสอบวัดผลหลังเรียนเรื่อง ตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ค่อนข้างยาก จึงได้ปรับเนื้อหาในแบบทดสอบในและแบบทดสอบหลังเรียนใหม่อีกครั้ง แล้วนำไปทดลองภาคสนาม

1.3 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพจากการทดลองภาคสนาม

การวิเคราะห์ประสิทธิภาพจากการทดลองภาคสนามในแต่ละทักษะ ปรากฏผลดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ค่าประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) กับผลลัพธ์ (E_2) จากการทดลอง ภาคสนาม

เนื้อหา	E_1	E_2	(E_1 / E_2 = 80/80)
ตรรกศาสตร์	82.00	83.35	ผ่าน / ผ่าน
เมทริกซ์	80.50	81.70	ผ่าน / ผ่าน
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	81.42	82.50	ผ่าน / ผ่าน

จากตารางที่ 4.3 ประสิทธิภาพของกระบวนการ กับผลลัพธ์ทางการเรียนเนื้อหา เรื่อง ตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นไปตามเกณฑ์

2 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษากลุ่มที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบกับกลุ่มควบคุม

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษากลุ่มที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบกับกลุ่มควบคุม ปรากฏผลดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ย

เนื้อหา	กลุ่มควบคุม		กลุ่มทดลอง		t
	$\bar{x}$	SD.	$\bar{x}$	SD.	
ตรรกศาสตร์	15.40	1.45	16.98	1.04	4.42*
เมทริกซ์	13.84	1.70	16.88	1.12	7.47*
ฟังก์ชัน	13.16	1.98	16.12	1.15	6.46*
รวม	42.40	2.54	49.98	1.64	12.54*

จากตารางที่ 4.4 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยรวม และแต่ละเนื้อหาของนักศึกษากลุ่มที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ(กลุ่มควบคุม)

ตอนที่ 3 การวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป เป็นดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

รายการ	$\bar{x}$	SD.	ความหมาย
ปัจจัยนำเข้า	**3.82**	**0.35**	**มาก**
1. ภาษาที่ใช้มีความชัดเจน เข้าใจง่าย	3.85	0.69	มาก
2. เนื้อหาที่สรุปเรื่องตรรกศาสตร์ทำให้เข้าใจง่าย	3.75	0.70	มาก
3. เนื้อหาที่สรุปเรื่องเมทริกซ์ทำให้เข้าใจง่าย	3.96	0.68	มาก
4. เนื้อหาที่สรุปเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันทำให้เข้าใจง่าย	3.62	0.45	มาก
5. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความน่าสนใจ	3.93	0.68	มาก
กระบวนการ	**4.57**	**0.32**	**มากที่สุด**
6. การรู้วัตถุประสงค์ก่อนฝึกมีประโยชน์	4.55	0.25	มากที่สุด
7.การได้รับความรู้จากเนื้อหาโดยสรุปเรื่องตรรกศาสตร์มีประโยชน์	4.67	0.47	มากที่สุด
8. การได้รับความรู้จากเนื้อหาโดยสรุปเรื่องเมทริกซ์มีประโยชน์	4.52	0.64	มากที่สุด
9. การได้รับความรู้จากเนื้อหาโดยสรุปเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมีประโยชน์	4.60	0.53	มากที่สุด
10. แบบทดสอบเรื่องตรรกศาสตร์ช่วยให้มีความพร้อมสำหรับการสอบวิชาคณิตศาสตร์	4.52	0.36	มากที่สุด
11. แบบทดสอบเรื่องเมทริกซ์ช่วยให้มีความพร้อมสำหรับการสอบวิชาคณิตศาสตร์	4.66	0.60	มากที่สุด
12. แบบทดสอบเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันช่วยให้มีความพร้อมสำหรับการสอบวิชาคณิตศาสตร์	4.50	0.56	มากที่สุด
ผลลัพธ์	**4.23**	**0.35**	**มาก**

13. หลังจากใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนักศึกษามีความสามารถในระดับใด	4.25	0.46	มาก
14. การเตรียมสอบด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้มีประโยชน์ในระดับใด	4.20	0.43	มาก
ผลกระทบ	**4.60**	**0.47**	**มากที่สุด**
15 นักศึกษาชอบคอมพิวเตอร์สำหรับเตรียมสอบชุดนี้	4.52	0.54	มากที่สุด
16. การใช้คอมพิวเตอร์สำหรับเตรียมสอบช่วยให้ทำข้อสอบได้	4.67	0.75	มากที่สุด
รวม	**4.31**	**0.25**	**มาก**

จากตารางที่ 4.5 แสดงว่านักศึกษามีความคิดเห็นต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบโดยรวมอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาในแต่ละด้าน พบว่านักศึกษามีความคิดเห็นด้าน**ปัจจัยนำเข้าโดยรวม**อยู่ในระดับมากและเมื่อพิจารณาในแต่ละด้านพบว่านักเรียนมีความคิดเห็นต่อปัจจัยนำเข้าคือภาษาที่ใช้มีความชัดเจน เข้าใจง่ายเป็นสื่อที่น่าสนใจและเนื้อหาที่สรุปเรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชันอยู่ในระดับมาก ด้าน**กระบวนการโดยรวม**อยู่ในระดับมากที่สุดและเมื่อพิจารณาในแต่ละประเด็นได้แก่การได้ประโยชน์จากการรู้วัตถุประสงค์การได้รับความรู้จากการสรุปเนื้อหาทุกเรื่องมีประโยชน์และช่วยให้มีความพร้อมในการทำข้อสอบอยู่ในระดับมากที่สุด ส่วนด้าน**ผลลัพธ์โดยรวม**และในแต่ละประเด็นคือการเตรียมสอบด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้มีประโยชน์และทำให้นักศึกษามีความสามารถอยู่ในระดับมาก และด้าน**ผลกระทบโดยรวมและ**แต่ละประเด็นได้แก่นักศึกษาชอบการเตรียมสอบด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปเพราะทำให้ทำข้อสอบได้อยู่ในระดับมากที่สุด

บทที่ 5

สรุปการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

1. สรุปการวิจัย

1.1 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.1.1 เพื่อพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ระดับปริญญาตรี ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80

1.1.2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับนักศึกษาที่เรียนปกติ

1.1.3 เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

1.2 วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรีคณะบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี คณะบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ ภาคเรียนที่ 2/2546 จำนวน 13 คน ส่วนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองภาคสนามได้สุ่มมาจากประชากรที่เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาการเงิน ภาคเรียนที่ 1/2547 ในชั้นเรียนปกติ จำนวน 25 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นคอมพิวเตอร์ช่วยสอน สำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ประกอบด้วย แบบสรุปเนื้อหา 3 หน่วยเรียน ได้แก่ ตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน แบบทดสอบพื้นฐานก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป แบบทดสอบหลังเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์สำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ผู้วิจัยได้ทดสอบประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบ ด้วยวิธีทดสอบแบบเดี่ยว แบบกลุ่มเล็ก และทดลองภาคสนาม แล้วรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ประสิทธิภาพคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ด้วยการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) กับผลลัพธ์ (E_2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบกับนักศึกษาที่เรียนปกติ ด้วยการทดสอบค่าที (t-test) และวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักศึกษาที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ด้วยค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.3 ผลการวิจัย

1.3.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 ได้แก่ เนื้อหาตรรกศาสตร์ (82.00 / 83.35) เมทริกซ์ (80.50 / 81.70) และความสัมพันธ์และฟังก์ชัน (81.42 / 82.50)

1.3.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษากลุ่มที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป สูงกว่า นักศึกษากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

1.3.2 ความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ในส่วนของปัจจัยนำเข้าและผลลัพธ์อยู่ในระดับ " มาก " ส่วนกระบวนการและผลกระทบโดยรวมอยู่ในระดับ "มากที่สุด"

2 อภิปรายผล

ผลการวิจัยครั้งนี้พบว่า

2.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปของนักศึกษาปริญญาตรี คณะบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 ซึ่งสาเหตุที่สำคัญที่ทำให้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปนี้มีประสิทธิภาพเรียนเป็นเพราะได้อาศัยหลักการและกระบวนการสร้างดังนี้

2.1.1 หลักการและรูปแบบการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

แบบทดสอบสำหรับเตรียมสอบมีหลักการพัฒนาประกอบ มี 4 องค์ประกอบ คือ 1) ความตระหนักในคุณค่าของการฝึกทำโจทย์ 2) ฝึกทำเพื่อให้เกิดทักษะ 3) รู้ผลการฝึกทำแบบทดสอบทันที และ 4) ฝึกทำแบบทดสอบอย่างต่อเนื่อง จากหลักการดังกล่าวนำมาพัฒนาเป็นรูปแบบการพัฒนา 5 ขั้นตอนดังนี้

(1) สร้างแรงจูงใจด้วยการบอกวัตถุประสงค์

(2) ให้รู้เทคนิคการทำโจทย์จากแบบสรุปเนื้อหา

(3) ฝึกทำแบบทดสอบแต่ละเรื่องด้วยตนเองจากคอมพิวเตอร์

(4) รู้ผลการฝึกทำแบบทดสอบทันทีจากคอมพิวเตอร์

(5) ฝึกซ้ำ

2.1.2 กระบวนการสร้างและพัฒนาบทสรุปเนื้อหาในแต่ละเรื่องและแบบทดสอบสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

การสร้างเนื้อหาที่ใช้สรุปในแต่ละเรื่องและแบบทดสอบสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปนั้นได้ใช้วิธีการระดมความคิดร่วมกันระหว่างอาจารย์ที่มีประสบการณ์ในการสอนและผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความรู้ความสามารถด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ได้แก่ เรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จนได้แนวทางที่ชัดเจนในด้าน โครงสร้างรูปแบบ แนวทางการเสนอเนื้อหาโดยสรุป การสร้างแบบทดสอบ และการประเมินผล จากนั้นจึงนำไปทดสอบประสิทธิภาพโดยการทดสอบแบบเดี่ยว และแบบกลุ่มเล็ก ซึ่งในแต่ละขั้นตอนนั้นได้ใช้กลุ่มตัวอย่างที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ในสัดส่วน ดังนี้

1) ทดสอบแบบเดี่ยว สูง : ปานกลาง : ต่ำ เป็น 1 : 1 : 1

2) ทดสอบแบบกลุ่มเล็ก สูง :ปานกลาง : ต่ำ เป็น 3 : 4 : 3

จากการทดสอบแบบเดี่ยวพบว่า บทสรุปเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ จึงมีการปรับปรุงด้านเนื้อหา คำถามของโจทย์ และเวลา แล้วนำไปทดสอบแบบกลุ่มเล็ก จนได้ประสิทธิภาพตามเกณฑ์ทุกเรื่อง เพื่อนำไปทดลองภาคสนามต่อไป

2.2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยรวม และ แต่ละเนื้อหาของนักศึกษากลุ่มตัวอย่างที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป กลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แสดงว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปนี้สามารถช่วยพัฒนาความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์และแบบทดสอบ ซึ่งมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2.3 นักศึกษามีความคิดเห็นว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์-ทั่วไปนี้เป็นสื่อที่น่าสนใจ ภาษาที่ใช้มีความชัดเจนและเข้าใจง่าย เนื้อหาที่สรุปในเรื่องตรรกศาสตร์ เมทริกซ์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ทำให้เข้าใจง่าย กระบวนการสรุปและฝึกทำแบบทดสอบในแต่ละเรื่องมีความเหมาะสมมาก เพราะการรู้วัตถุประสงค์ก่อนดูสรุปเนื้อหาทำให้ได้รับความรู้ครอบคลุมเนื้อหาและประเด็นสำคัญอย่างมีขั้นตอนที่ชัดเจน แล้วก็มาฝึกทำแบบทดสอบซึ่งนักศึกษาจะรู้ผลทันทีและสามารถทำซ้ำกี่ครั้งก็ได้จนกว่าจะได้คะแนนที่น่าพอใจ เนื่องจากแบบทดสอบแต่ละชุดนั้นจะไม่ซ้ำกันเพราะคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจะทำการสุ่มข้อสอบแต่ละเรื่องออกมาจากคลังข้อสอบครั้งละ 20 ข้อ ต่อ 1 เรื่อง ซึ่งการได้ฝึกทำข้อสอบทำให้นักศึกษามีความพร้อมที่จะทำการสอบจริงและสามารถทำข้อสอบได้ ทำให้นักศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ทั้งนี้ พบว่านักศึกษามีความสนใจและกระตือรือร้นในการดูบทสรุปและฝึกทำข้อสอบจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

3. ข้อเสนอแนะ

3.1 การนำผลวิจัยไปใช้

3.1.1 จากผลการวิจัย พบว่ารูปแบบของการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วนสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) สร้างแรงจูงใจด้วยการบอกวัตถุประสงค์ 2) ให้ความรู้และเทคนิคจากการสรุปเนื้อหา 3) ฝึกทำข้อสอบแต่ละเรื่องด้วยตนเองจากคอมพิวเตอร์ 4) รู้ผลการทำข้อสอบทันที 5) ฝึกซ้ำได้ จากรูปแบบที่ค้นพบนี้ สามารถนำไปพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาอื่นๆ และสำหรับนักเรียนทุกระดับชั้น นอกจากนี้โครงสร้างของบทสรุปและแบบทดสอบควรประกอบด้วยวัตถุประสงค์ของการฝึก กระบวนการฝึก และ การปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน

3.1.2 การเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป การใช้บทสรุป และแบบทดสอบในแต่ละเรื่องให้มีประสิทธิผลและมีประสิทธิภาพ บุคคลที่ช่วยให้บรรลุเป้าหมายดังกล่าว ได้แก่ นักวิชาการ ผู้ทรงคุณวุฒิ อาจารย์ผู้มีประสบการณ์ การสอน ซึ่งจะรู้ปัญหาและร่วมกันสร้างแบบสรุปเนื้อหาและแบบทดสอบให้มีความหลากหลายและครบตามจุดประสงค์ สถานศึกษามีนโยบายการพัฒนาทักษะการเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาเพื่อสนองตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติที่มุ่งให้นักศึกษาเรียนได้ด้วยตนเอง ผู้บริหารให้การสนับสนุนเงินทุน วัสดุอุปกรณ์ และกำลังใจแก่ผู้สอน และผู้ผลิตสื่อ สามารถสื่อให้นักศึกษาได้ฝึกทำแบบทดสอบได้อย่างต่อเนื่องทุกวิชา

3.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยต่อไป

3.2.1 ควรจะมีการพัฒนาคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบคณิตศาสตร์ทั่วไปในเรื่องอื่นๆ และหลักสูตรอื่นๆ เช่น สาขาทางวิศวกรรม และ สาขาศิลปศาสตร์ เป็นต้น

3.2.2 ควรจะมีการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้สื่อในลักษณะอื่นๆ เช่น วีดีทัศน์ เทปเสียง และสื่อผสม เป็นต้น

บรรณานุกรม

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ และกระทรวงศึกษาธิการ ปฏิรูปการเรียนรู้ ผู้เรียนสำคัญที่สุด กรุงเทพมหานคร บริษัทพิมพ์ดีดจำกัด 2543

คณะกรรมการศึกษาแห่งชาติ สำนักงาน แนวการจัดการศึกษา ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 สถาบันแห่งชาติเพื่อปฏิรูปการเรียนรู้ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ 2542

จารึก ศรีคุณโน. 2535. การศึกษา การแก้ปัญหา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.

ถนอมพร เลาหจรัสแสง. 2541. คอมพิวเตอร์ช่วยสอน. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

ทองสุก เกลี้ยงพร้อม แบบฝึกทักษะการฟังภาษาไทยสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่พูดภาษาเขมรจังหวัดสุรินทร์ วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น 2531

นิพนธ์ ศุขปรีดี. 2517. เทคโนโลยีการศึกษา. สุนทรกิจการพิมพ์, กรุงเทพฯ

นงนุช วรรธนวหะ. 2538. คอมพิวเตอร์ศึกษาในระดับโรงเรียน. คณะกรรมการแห่งชาติว่าด้วยการศึกษาฯสหประชาชาติ 27 มกราคม - มีนาคม 2538. 43-52 น.

ฝนทิพย์ อมาตยกุล. 2531. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. มหาวิทยาลัยศรีนครินทราวิโรฒประสานมิตร, กรุงเทพฯ

ปรีชา วิหคโต "พฤติกรรมการเรียนการสอน" ในเอกสารการสอนชุดวิชา เทคโนโลยีการสอน หน่วยที่ 4 นนทบุรี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช 2539

ปรีชา วิหคโต และคณะ การนำกระบวนการทักษะการเรียนไปใช้ในการเรียนรู้ โครงการประกันคุณภาพการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2542

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. บพิธการพิมพ์, กรุงเทพฯ.

วีระ ไทยพรนิช "บทบาทและปัญหาของการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน" ใน รวมบทความเทคโนโลยีทางการศึกษา หน้า 9 – 19 กรุงเทพมหานคร ศูนย์เทคโนโลยีทางการศึกษา กรมการศึกษานอกโรงเรียน กระทรวงศึกษาธิการ 2527

ศึกษาการ, กระทรวง พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 สำนักงานปลัดกระทรวง กระทรวงศึกษาการ กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2542

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสถาบัน การประชุมวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ในโรงเรียนครั้งที่ 10 22-24 มีนาคม 2543 กรุงเทพมหานคร โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2543

สันต์ชัย เบี้ยมุขดา. 2535. การวิเคราะห์เนื้อหาและปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

สุพัตรา พาหะมาก การพัฒนาและผลการทดลองใช้แบบฝึกทักษะพัฒนาสมรรถภาพการอ่านสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำนักงานการประถมศึกษาอำเภอบ้านนาสาร สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสุราษฎร์ธานี 2538

Alessi, Stephen M., Trollip,Stanley R. Computer-Based Instruction : Methods and Development. Second edition., New Jersey, Prentice-Hall,Ine.,k1991.

Blue, T.W. The Teaching and Learning Process. National Education Association : Washington D.C., 1981.

Collins, Thomas, JR. 1997. The Effects of Computer - Assisted Algebra Instruction on Achievement , Mathematics Anxiety Levels and Attitudes Toward Personal Use of Computers of students In An Hustorically Black University" Dissertation Abstracts by UMI Company, AAC 9637023, Jan 1997.

Cox, Janet Karen. 1997. The Effects of Contextual, Learning - Based Instruction Versus Computer - Assisted Instruction on Basic Skills in Selected Vocational Courses (Mathematics, Reading) Dissertation Abstracts 1998 by UMI Company, AAC 9730429, Oct 1997.

De Cecco, John P., The psychology of Learning and Instruction : Educational Psychology. New Jersey : Prentice – Hall, Inc., 1968.

Devine, Thomas G., Teaching Study Skills : A Guide for Teachers. 2 nd. Edition, Boston, Allyn and Bacon Inc., 1987.

Gergern, Mary M and Others. Psychology : A beginning. New York : Harcourt Brace Jovanovich, Inc. 1989.

Hall, Keith A. "Compuer – Based Education" in Encyclopedia of Educational Research 3:353-363 : 1982.

Hannafin, Michael J. and Peck Kyle., The Design Development and Evaluation of Instructional Software. New York : Macmillan Publishing Company, 1988.

Irvin, Judith I., and Rose Elaine O. Starting Early Study Skills. Boston : Allyn and Bacon,1995.

Kemp, Jerrold E. 1988. Planning & Producing Audiovisual Materials. (6 th ed.) Scranton, Chandler, Pennsylvania.

Morgan, Alistir. Improving Your Students Learning Reflections on the Experience of Study. London : Kogan Page, 1993.

Randall E. Schumacker, Jon I. Young & Karren L. Bembry. 1993. Math Attitudes and Achuvement of Algebra I Students : A ComParative Study of Computed – Assisted and Traditional Lecture Methods of Instruction Computers in the Schools, Vol. 11(4) 1995 27 p.

Rinaldi, Iris Lillian. 1997. A Study of The Effects of Computer Assisted Instruction and Teacher Instruction on Achievement in mathematics Dissertation Abstracts 1998 by UMI Company, AAC B84652 , Oct 1997.

Sippl, C. J. 1981. Microcomputer Dictionary. (2d ed.). Howard W. Sams & Company, New York.

Smith, Mike. , and Smith, Glenda., A Study Skills Handbook. Oxford : Oxford University Press, 1988.

Smith, Samuel. Best Methods of Study. Hew York : Bamer & Noble, Inc. 1970.

Spencer, D. D.Computer Dictionary (2d ed.). Camelet Publishing Company, Florida.

Tetlock, Katharine Dawn. 1997. Implementing Computer Assisted Instruction in the Mathematics Classroom : Effect on Student Attitudes and the Teaching Process. Dissertation Abstracts 1998 by UMI Company, AAC MM13526, April 1997.

ภาคผนวก

1. ตัวอย่างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

2. สรุปเนื้อหา

   2.1 ตรรกศาสตร์

   2.2 เมทริกซ์

   2.3 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

3. แบบทดสอบ

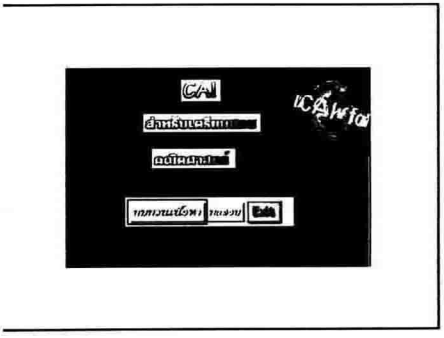
   3.1 แบบทดสอบวัดพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์

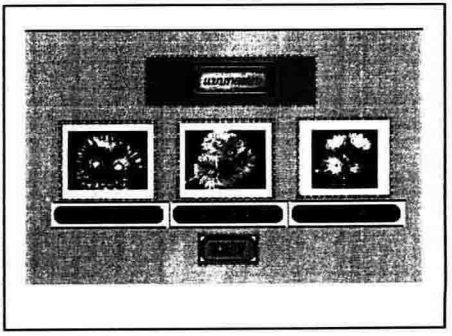
   3.2 แบบทดสอบเรื่องตรรกศาสตร์

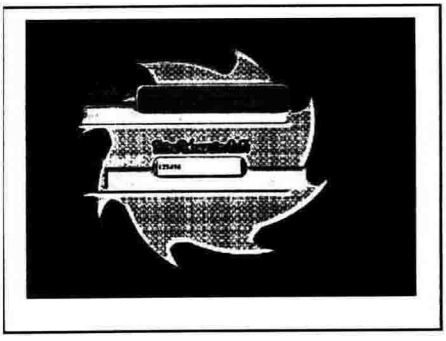
   3.3 แบบทดสอบเรื่องเมทริกซ์

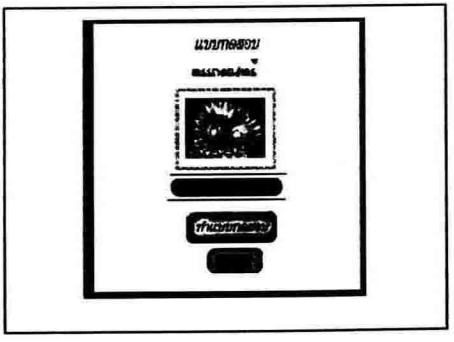
   3.4 แบบทดสอบเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

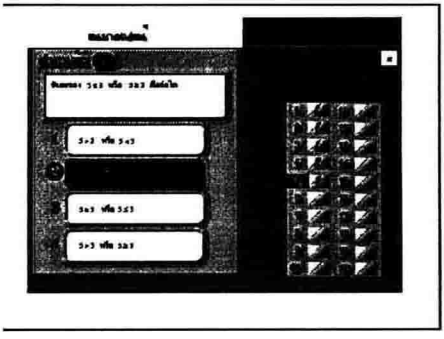
1. ตัวอย่างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์

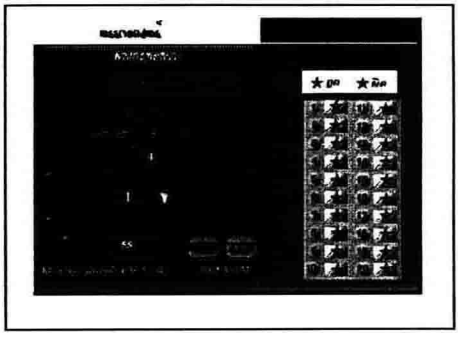

CAI
Exit

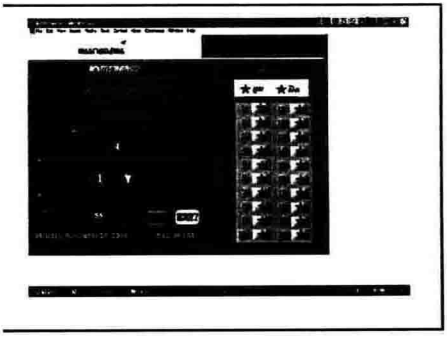


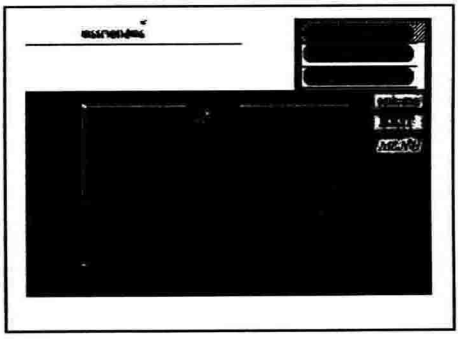


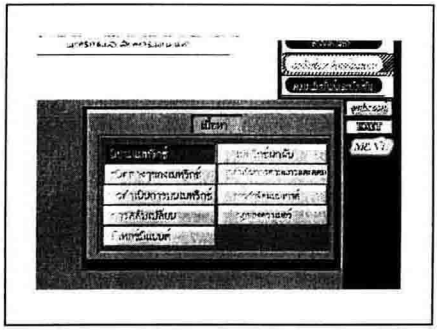


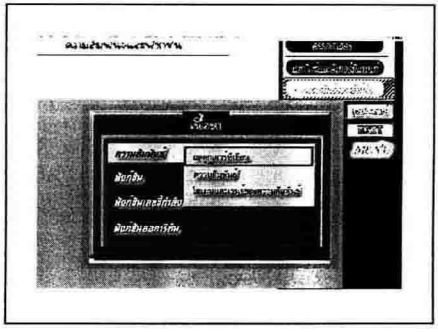


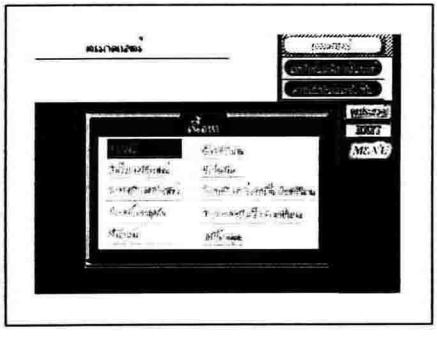


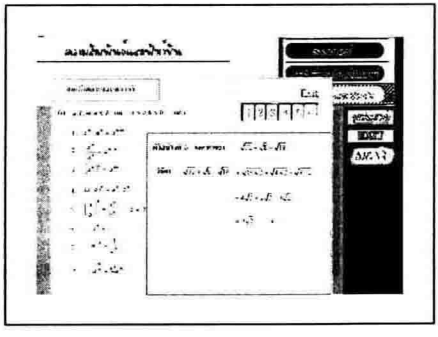












2. สรุปเนื้อหา

2.1 ตรรกศาสตร์

2.2 เมทริกซ์

2.3 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ตรรกศาสตร์

<u>ประพจน์</u> คือประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธที่ค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

<u>ตัวอย่าง</u>

1. กรุงเทพเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย	**เป็น ประพจน์**
2. ทศนิยมตำแหน่งที่ 20 ของ $\sqrt{2}$ คือ 7	**เป็น ประพจน์**
3. $x + 2 = 5$	**ไม่เป็น ประพจน์**
4. เขาเป็นนักเทนนิสมือหนึ่งของโลก	**ไม่เป็น ประพจน์**
5. กรุณาอย่าเดินลัดสนาม	**ไม่เป็น ประพจน์**
6. อุ๊ย! ว๊ายดูซิช้ำไปเป็นกอง	**ไม่เป็น ประพจน์**
7. ใครเอาลูกบอลไป	**ไม่เป็น ประพจน์**
8. น้ำขึ้นให้รีบตัก	**ไม่เป็น ประพจน์**
9. ถ้า $x = 2$ แล้ว $x^5 = 2^5$	**เป็น ประพจน์**
10. ถ้า $x + 3 = 6$ แล้ว x จะมีค่าเท่าไร	**ไม่เป็น ประพจน์**

<u>ตัวเชื่อมของประพจน์</u>

ให้ **T** แทนค่าความจริงของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

และ **F** แทนค่าความจริงของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$\wedge$ และ $T \wedge T$ เป็น T นอกนั้นเป็น F

$\vee$ หรือ $F \vee F$ เป็น F นอกนั้นเป็น T

$\rightarrow$ ถ้า...แล้ว.... $T \rightarrow F$ ถ้าเหตุเป็น T แล้วผลเป็น F ก็เป็น F นอกนั้นเป็น T

$\leftrightarrow$ ก็ต่อเมื่อ $T \leftrightarrow T$ และ $F \leftrightarrow F$ เป็น T นอกนั้นเป็น F

<u>จงเติมค่าความจริงของประพจน์ลงในตรงที่ขีดเส้นใต้</u>

1. $P \wedge Q$

$\underline{\mathbf{T}} \wedge T$

$\vee$

T

2. $P \vee Q$

$T \vee \underline{\mathbf{F}}$

$\vee$

F

3. $P \rightarrow Q$

$\underline{\mathbf{T}} \rightarrow Q$

$\vee$

F

4. $P \leftrightarrow Q$

$T \leftrightarrow \underline{\mathbf{T}}$

$\vee$

T

5 $P \leftrightarrow Q$

$\underline{\mathbf{F}} \leftrightarrow F$

$\vee$

T

6. $P \leftrightarrow Q$

$T \quad \underline{\mathbf{F}}$

$\vee$

F

7. $P \vee Q$

$T \vee q$

$\vee$

$\underline{\mathbf{T}}$

8. $P \rightarrow Q$

$F \rightarrow Q$ (T,F)

$\vee$

$\underline{\mathbf{T}}$

9. $P \rightarrow Q$

(T,F) $P \rightarrow T$

$\vee$

$\underline{\mathbf{T}}$

10. $P \vee \sim P$

(F)**T** $\vee$ **F**(T)

$\vee$

$\underline{\mathbf{T}}$

11. $P \wedge \sim P$

(F)**T** $\wedge$ **F**(T)

$\vee$

$\underline{\mathbf{F}}$

12. $P \leftrightarrow \sim P$

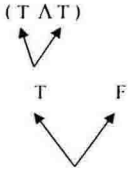
(F)T $\wedge$ F(T)

$\vee$

$\underline{\mathbf{F}}$

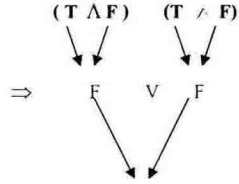
13. ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow r$ เป็น **เท็จ** แล้ว $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ

ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow r$ เป็น **เท็จ (F)**



F ดังนั้นจะได้ p,q เป็น **T** และ r เป็น **F**

แล้ว $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

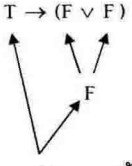


∴ ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow r$ เป็น **เท็จ** จะได้ p,q เป็น **T** และ r เป็น **F**

แล้วจะได้ $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็น**เท็จ**

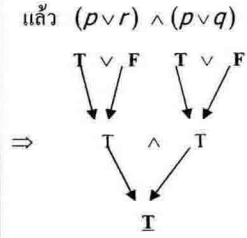
14. ถ้า $P \rightarrow (q \vee r)$ เป็น**เท็จ**แล้ว $(P \vee r) \wedge (P \vee q)$ มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ

ถ้า $p \rightarrow (q \vee r)$ เป็น**เท็จ (F)**



ดังนั้นจะได้ p เป็น **T** ส่วน q . r เป็น **F**

แล้ว $(p \vee r) \wedge (p \vee q)$

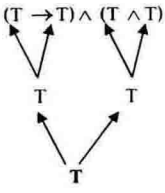


∴ ถ้า $p \rightarrow (q \vee r)$ เป็น**เท็จ** ดังนั้นจะได้ p เป็น **T** ส่วน q , r เป็น **F**

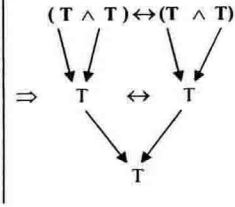
แล้วจะได้ $(p \vee r) \wedge (p \vee q)$ มีค่าความจริงเป็นจริงหรือจริง

15. ถ้า$(P \rightarrow q) \wedge (P \wedge r)$ เป็น**จริง**แล้ว $(P \wedge r) \leftrightarrow (q \wedge r)$

ถ้า $(P \rightarrow q) \wedge (P \wedge r)$ เป็น**จริง (T)**



แล้ว $(P \wedge r) \leftrightarrow (q \wedge r)$



$\therefore$ ถ้า$(p \to q) \wedge (p \wedge r)$ เป็นจริง ดังนั้นจะได้ p, q , r เป็น **T**

แล้วจะได้ $(P \wedge r) \leftrightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็น **จริง**

16. กำหนดให้ P , Q มีค่าความจริงเป็นจริง และ R , S มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

16.1. $(P \wedge S) \to (Q \vee R)$

$$(P \wedge S) \to (Q \vee R)$$

$$\mathbf{T} \wedge \mathbf{F} \to \mathbf{T} \vee \mathbf{F}$$

$$\mathrm{F} \to \mathrm{T}$$

$$\underline{\mathbf{T}}$$

$\therefore$ $(P \wedge S) \to (Q \vee R)$ มีค่าความจริงเป็น**จริง**

16.2. $(P \wedge Q) \to (R \vee S)$

$$(P \wedge Q) \to (R \vee S)$$

$$\mathbf{T} \wedge \mathbf{T} \to \mathbf{F} \vee \mathbf{F}$$

$$\mathrm{T} \to \mathrm{F}$$

$$\underline{\mathbf{F}}$$

$\therefore$ $(P \wedge Q) \to (R \vee S)$ มีค่าความจริงเป็น **เท็จ**

16. 3. $(P \to R) \leftrightarrow (Q \to S)$

$$(P \to R) \leftrightarrow (Q \to S)$$

$$\mathbf{T} \to \mathbf{F} \leftrightarrow \mathbf{T} \to \mathbf{F}$$

$$\mathrm{F} \leftrightarrow \mathrm{F}$$

$$\underline{\mathbf{T}}$$

$\therefore$ $(P \to R) \leftrightarrow (Q \to S)$ มีค่าความจริงเป็น **จริง**

16. 4. $(P \vee \sim R) \rightarrow (Q \vee \sim S)$

$$(P \vee \sim R) \rightarrow (Q \vee \sim S)$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{T} \vee \mathbf{T} & & \mathbf{T} \vee \mathbf{T} \\ \diagdown\ \diagup & & \diagdown\ \diagup \\ \mathrm{T} & \rightarrow & \mathrm{T} \\ & \diagdown\ \diagup & \\ & \underline{\mathbf{T}} & \end{array}$$

$\therefore$ $(P \vee \sim R) \rightarrow (Q \vee \sim S)$ มีค่าความจริงเป็น **จริง**

16.5. $(P \leftrightarrow \sim Q) \rightarrow (R \leftrightarrow \sim S)$

$$(P \leftrightarrow \sim Q) \rightarrow (R \leftrightarrow \sim S)$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{T} \leftrightarrow \mathbf{F} & & \mathbf{F} \leftrightarrow \mathbf{T} \\ \diagdown\ \diagup & & \diagdown\ \diagup \\ \mathrm{F} & & \mathrm{F} \\ & \diagdown\ \diagup & \\ & \underline{\mathbf{T}} & \end{array}$$

$\therefore$ $(P \leftrightarrow \sim Q) \rightarrow (R \leftrightarrow \sim S)$ มีค่าความจริงเป็น **จริง**

17.จงเขียนค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

17.1

P	q	$P \wedge q$	$P \vee q$	$P \rightarrow q$	$P \leftrightarrow q$
T	T	**T**	**T**	**T**	**T**
T	F	**F**	**T**	**F**	**F**
F	T	**F**	**T**	**T**	**F**
F	F	**F**	**F**	**T**	**T**

17.2

P	q	$P \to q$	$\sim(P \to q)$	$\sim q$	$P \wedge \sim q$
T	T	T	F	F	F
T	F	**F**	**T**	T	**T**
F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	F

17.3

P	Q	r	$P \wedge q$	$(P \wedge q) \to r$	$P \to r$	$q \to r$	$(P \to r) \vee (q \to r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	F	T
F	F	T	F	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

<u>ประพจน์ที่สมมูลกัน</u>

ประพจน์ที่สมมูลกันคือประพจน์ที่มีค่าความจริงเหมือนกัน มีวิธีตรวจสอบได้ 2วิธี

1.ใช้ตารางค่าความจริงตรวจสอบค่าความจริง

2. ใช้สูตรตรรกศาสตร์

สูตรตรรกศาสตร์

1. $p \vee q \equiv q \vee p$
2. $p \wedge q \equiv q \wedge p$
3. $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$

4. $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$

5. $p \vee (q \vee r) \equiv\equiv (p \vee q) \vee r$

6. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

7. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

8. $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

9. $p \leftrightarrow q \equiv p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p$

10. $p \wedge \sim p \equiv F$

11. $p \vee \sim p \equiv T$

12. $p \leftrightarrow \sim p \equiv F$

13. $p \wedge T \equiv p$

14. $p \vee F \equiv p$

15. $p \rightarrow T \equiv T$

16. $p \rightarrow F \equiv \sim p$

17. $p \leftrightarrow F \equiv \sim p$

18. $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

19. $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

20. $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

21. $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \leftrightarrow \sim q) \vee (q \leftrightarrow \sim p) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

18. จงตรวจสอบว่าประพจน์ $P \rightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ $\sim P \rightarrow q$

<u>วิธีที่ 1</u> ตรวจสอบโดยใช้ตารางค่าความจริง

$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

$\therefore P \rightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ $\sim P \rightarrow q$

วิธีที่ 2. ตรวจสอบโดยใช้สูตรตรรกศาสตร์

$$(p \to q \equiv \sim q \to \sim p)$$

$$\begin{aligned} p \to q &\equiv \sim p \vee q \\ &\equiv q \vee \sim P \\ &\equiv \sim(\sim q) \vee \sim p \\ &\equiv \sim q \to \sim p \end{aligned}$$

$\therefore P \to q$ สมมูลกับประพจน์ $\sim P \to q$

19. จงตรวจสอบดูว่าประพจน์ใดสมมูลกันบ้าง

19.1 $p \to (q \wedge r) \equiv (p \to q) \wedge (p \to r)$

$$\begin{aligned} \because \quad p \to (q \wedge r) &\equiv \sim p \vee (q \wedge r) \\ &\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r) \\ &\equiv (p \to q) \wedge (p \to r) \end{aligned}$$

$\therefore$ $p \to (q \wedge r)$ สมมูลกับ $(p \to q) \wedge (p \to r)$

19.2. $(p \wedge q) \to r \equiv p \to (q \to r)$

$$\begin{aligned} \because \quad (p \wedge q) \to r &\equiv \sim (p \wedge q) \vee r \\ &\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \\ &\equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \\ &\equiv p \to (q \to r) \end{aligned}$$

$\boxed{\because \quad p \to q = \sim p \vee q}$

$\therefore$ $(p \wedge q) \to r$ สมมูลกับ $p \to (q \to r)$

19.3. $(p \leftrightarrow q) \vee (r \wedge \sim r)$ กับ $(p \to q) \wedge (q \to p)$

$$\begin{aligned} \because \quad (p \leftrightarrow q) \vee (r \wedge \sim r) &\equiv (p \leftrightarrow q \vee F) \\ &\equiv p \leftrightarrow q \\ &\equiv (p \to q) \wedge (q \to p) \end{aligned}$$

$\therefore$ $(p \leftrightarrow q) \vee (r \wedge \sim r)$ สมมูลกับ $(p \to q) \wedge (q \to p)$

19.4 $(p \to q) \leftrightarrow (r \vee \sim r)$ กับ $\sim q \to \sim p$

$$\because \quad (p \to q) \leftrightarrow (r \vee \sim r) \equiv (\sim p \vee q) \leftrightarrow T$$
$$\equiv \sim p \vee q$$
$$\equiv q \vee \sim p$$
$$\equiv \sim (\sim q) \vee \sim p$$
$$\equiv \sim q \to \sim p$$

$\therefore$ $(p \to q) \leftrightarrow (r \vee \sim r)$ สมมูลกับ $\sim q \to \sim p$

<u>สัจนิรันดร์</u>

สัจนิรันดร์ คือประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ ไม่ว่าประพจน์ย่อยจะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ

การพิจารณาว่าประพจน์เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่นั้นทำได้ 3 วิธีคือ

1. ใช้ตารางค่าความจริง
2. ใช้สูตรตรรกศาสตร์
3. ใช้พิจารณาค่าความจริงในบางกรณี (กรณีที่ประพจน์มีเครื่องหมาย $\to, \vee$ คั่น)

<u>ตัวอย่าง</u> จงพิจารณาว่า $p \to (p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์

วิธีที่ 1. ใช้ตารางค่าความจริง

p	q	$p \vee q$	$p \to (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

$\therefore$ $p \to (p \vee q)$ มีค่าความจริงทุกกรณี

ดังนั้น $p \to (p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์

วิธีที่ 2. ใช้สูตรตรรกศาสตร์

$$P \to (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q)$$
$$\equiv (\sim p \vee p) \vee q$$
$$\equiv T \vee q$$
$$\equiv T$$

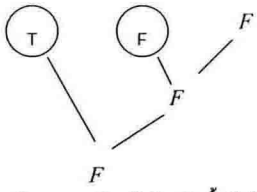
$\therefore\ p \to (p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์

$p \to q \equiv \sim p \vee q$
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
$F \vee F$ เป็น F นอกนั้น T

<u>วิธีที่ 3.</u> $\therefore$ สมมุติว่าได้ผลลัพธ์เป็น F

$$p \to (p \vee q)$$

$T \to F$ เป็น F เพียงกรณีเดียวเท่านั้น



ค่าความจริงของ p ขัดแย้งกัน ดังนั้นจึงไม่มีทางเกิดกรณีนี้ ดังนั้นจึงเป็นจริงเสมอดังนั้น

$P \to (p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์

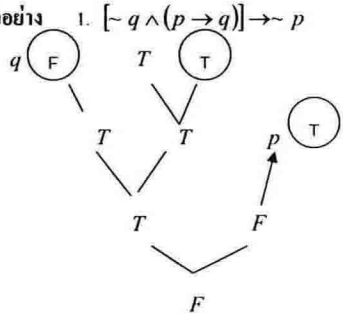
หมายเหตุ 1. การพิสูจน์แบบขัดแย้งใช้ได้กับกรณีที่มีผลเป็น F จากสาเหตุเดียวเท่านั้น

ได้แก่ $T \to F$ เป็น F นอกนั้นเป็น T

$F \vee F$ เป็น F นอกนั้นเป็น T

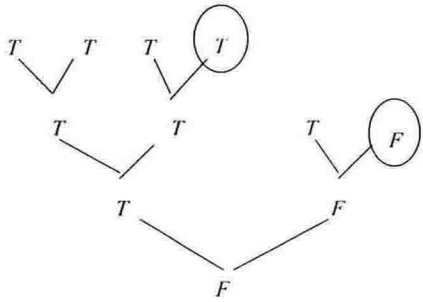
2. ถ้าประพจน์เชื่อมด้วยเครื่องหมาย $\leftrightarrow$ มันจะมีค่าความจริงเป็นจริงได้ 2 กรณี คือ $T \leftrightarrow T$ และ $F \leftrightarrow F$ ซึ่งก็ต่อประพจน์ที่มีค่าความจริงเหมือนกันหรือเป็นประพจน์ที่สมมูลกันนั่นเอง

ตัวอย่าง 1. $[\sim q \wedge (p \to q)] \to \sim p$ สมมุติว่ามีค่าความจริงเป็น F (ไม่เป็นสัจนิรันดร์)



$\therefore$ ค่าความจริงของ q ขัดแย้งกัน ดังนั้น $[\sim q \wedge (p \to q)] \to \sim p$ เป็นสัจนิรันดร์

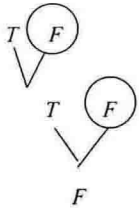
2. $(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r)$ สมมุติว่ามีค่าความจริงเป็น F (ไม่เป็นสัจนิรันดร์)



ค่าความจริงของ r ขัดแย้งกัน

$\therefore$ $(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r)$ เป็นสัจนิรันดร์

3. $(p \vee q) \to q$ สมมุติว่ามีค่าความจริงเป็น F (ไม่เป็นสัจนิรันดร์)



ค่าความจริงสอดคล้อง

$\therefore$ $(p \vee q) \to q$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

4. $\sim (p \to q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

พิจารณา $\sim (p \to q) \equiv \sim (\sim p \vee q)$

$\equiv p \wedge \sim q$

$\therefore$ $\sim (p \to q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ เป็นสัจนิรันดร์

5. $[p \to (p \wedge r)] \leftrightarrow [(p \to q) \wedge (q \to r)]$

พิจารณา $p \to (q \wedge r) \equiv \sim p \vee (q \wedge r)$

$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)$

$\equiv (p \to q) \wedge (p \to r)$

$\therefore$ $[p \to (p \wedge r)] \leftrightarrow [(p \to q) \wedge (q \to r)]$ เป็นสัจนิรันดร์

6. $[(p \vee q) \to r] \leftrightarrow [(p \to r) \vee (q \to r)]$

พิจารณา $(p \vee q) \to r \equiv \sim (p \vee q) \vee r$

$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r$

$\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$

$\equiv (p \to r) \wedge (q \to r)$

$\therefore [(p \vee q) \to r]$ ไม่สมมูล $[(p \to r) \exists \vee (q \to r)]$

$\therefore [(p \vee q) \to r] \leftrightarrow [(p \to r) \vee (q \to r)]$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

<u>วลีบอกปริมาณ</u>

$\forall x P(x)$ แทน สำหรับทุกตัว $P(x)$ หรือสำหรับ x ใดๆ $P(x)$ หรือสำหรับ x แต่ละตัว $P(x)$

$\exists x P(x)$ แทน สำหรับ x บางตัว $P(x)$ หรือ มี x บางตัว $P(x)$ หรือ มี x อย่างน้อยหนึ่งตัวของ $P(x)$

<u>ประโยคเปิด</u>

คือประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีตัวแปร ซึ่งมีไม่ประพจน์แต่สามารถทำให้เป็นประพจน์ได้โดยการแทนตัวแปรนั้นด้วยสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ที่กำหนดให้ หรือ เติมวลีบอกปริมาณหน้าประโยคนั้น

เช่น $x + 5 = 4$ เป็นประโยคเปิด

ให้ $u = \{0, -1, 1\}$

$\exists x[x + 5 = 4]$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

เพราะ $-1 + 5 = 4$

ค่าความจริงของข้อความที่มีวลีบอกปริมาณ 1 ตัว

$\forall x P(x)$ เป็นจริงก็ต่อเมื่อแทน x ทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์ลงไปแล้ว $P(x)$ เป็นจริง

$\forall x P(x)$ เป็นเท็จก็ต่อเมื่อมี x บางตัวในเอกภพสัมพัทธ์ที่แทนลงไปแล้ว $P(x)$ เป็นเท็จ

$\exists x P(x)$ เป็นเท็จก็ต่อเมื่อไม่มี x สักตัวในเอกภพสัมพัทธ์ที่แทนลงไปแล้วทำให้ $P(x)$ เป็นจริง

$\exists x P(x)$ เป็นจริงก็ต่อเมื่อมี x อย่างน้อย 1 ตัวในเอกภพสัมพัทธ์ที่แทนลงไปแล้ว $P(x)$ เป็นจริง

ตัวอย่าง ให้ $u = \{0, -1, 1\}$

1. $\forall x[x + 1 \geq 0]$ มีค่าความจริงเป็น จริง

$\because -1 + 1 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 1 = 2$

2. $\forall x[x+1>0]$ มีค่าความจริงเป็น เท็จ

$\because \underline{-1+1=0}$, $0+1=1$, $1+1=2$

3. $\exists x[x^2+1\geq 2]$ มีค่าความจริงเป็น จริง

$\because \underline{(-1)^2+1=2}$, $0^2+1=1$, $\underline{1^2+1=2}$

4. $\exists x[x^2+1>2]$ มีค่าความจริงเป็น เท็จ

$\because (-1)^2+1=2$, $0^2+1=1$, $1^2+1=2$ ไม่มีคำตอบใดมากกว่า 2

นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

1. $\sim\forall x P(x)$ คือ $\exists x[\sim P(x)]$

2. $\sim\exists x P(x)$ คือ $\forall x[\sim P(x)]$

3. $\sim\forall x[P(x)\wedge Q(x)]$ คือ $\exists x[\sim P(x)\vee\sim Q(x)]$

$\sim\exists x[P(x)\vee Q(x)]$ คือ $\forall x[\sim P(x)\wedge\sim Q(x)]$

$\sim\forall x[P(x)\rightarrow Q(x)]$ คือ $\exists x[P(x)\wedge\sim Q(x)]$

$\sim\exists x[P(x)\leftrightarrow Q(x)]$ คือ $\forall x[(p(x)\wedge\sim Q(x))\vee(Q(x)\wedge\sim P(x))]$

ตัวอย่าง

1. $\sim\forall x[x+5<4]\equiv\exists x[x+5\geq 4]$

2. $\sim\exists x[x-2\geq 5]\equiv\forall x[x-2<5]$

3. $\sim\forall x[x+5<4\rightarrow x<-2]\equiv\exists x[(x+5<4)\wedge(x\geq -2)]$

<u>การอ้างเหตุผล</u> คือการอ้างจากเหตุที่เป็นจริง S_1 S_2.... แล้วนำมาสรุปเป็นผล Q

* ถ้าผล Q มีค่าความจริงเป็น**<u>จริง</u>** ก็เป็นการสรุปที่**<u>สมเหตุสมผล</u>**

** ถ้าผล Q มีค่าความจริงเป็น**<u>เท็จ</u>** หรือเป็นได้ทั้ง**<u>จริงและเท็จ</u>** ก็เป็นการที่สรุปที่**<u>ไม่สมเหตุสมผล</u>**

ตัวอย่าง

1. <u>เหตุ</u> 1. $p \to q$ เป็น T (เหตุทุกเหตุเป็นจริงเสมอ)

   2. p เป็น T ($\because$ P เป็น T q จึงต้องเป็น T ด้วย

   <u>ผล</u> q

$\because$ q มีค่าความจริงเป็น T $\therefore$ จึงเป็นการอ้างที่สมเหตุสมผล

2. <u>เหตุ</u> 1. $\sim q \to \sim p$ เป็น T

   2. $\sim r$ เป็น T $\to \therefore r$ เป็น F

   3. $q \to r$ เป็น T $\to \therefore q$ เป็น F

   4. $p \vee s$ เป็น T

   <u>ผล</u> S

จากเหตุข้อ 2 $\therefore$ r เป็น F

จากเหตุข้อ 3 $q \to r(F)$ $\therefore q$ เป็น F

จากเหตุข้อ 1 $\sim q(T) \to \sim p$ $\therefore \sim p$ เป็น T $\therefore P$ เป็น F

จากเหตุข้อ 4 $P(F) \vee S$ $\therefore S$ เป็น T

$\therefore$ S มีค่าความจริงเป็น T $\therefore$ จึงเป็นการอ้างที่สมเหตุสมผล

3. <u>เหตุ</u> 1. $p \to q$ เป็น T

   2. q เป็น T

   <u>ผล</u> P

จากเหตุข้อ 2 q เป็น T

จากเหตุข้อ 1 $P \to T$ $\therefore P$ เป็น T หรือ F ก็ได้

$\therefore P$ มีค่าความจริงเป็น T หรือ F ก็ได้ $\therefore$ จึงเป็นการอ้างที่ไม่สมเหตุสมผล

เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์

2.1 เมทริกซ์

2.1.1 นิยามของเมทริกซ์

เมทริกซ์ คือกลุ่มของจำนวน (Element, Entry) ที่นำมาเขียนเรียงกันอยู่เป็น m แถว (Row) และ n หลัก (Column) โดยมีเครื่องหมาย ( ) หรือ [ ] เขียนล้อมรอบจำนวนเหล่านี้

รูปทั่วไป

$$A = \left[a_{ij}\right]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

เมื่อ A เป็นชื่อของเมทริกซ์ที่กำหนดขึ้น

a_{ij} เป็นจำนวนแต่ละจำนวนเรียกว่า สมาชิก ซึ่ง ij ที่เขียนอยู่ข้างล่างของ a จะบอกตำแหน่งของสมาชิกนั้น ๆ โดยที่ i จะแสดงว่าอยู่ในแถวใด และ j จะแสดงว่าอยู่ในหลักใด

$m \times n$ เรียกว่า ขนาดหรือ มิติ (Order) ของเมทริกซ์ โดยที่ m จะแสดงถึงจำนวนแถวและ n จะแสดงถึงจำนวนหลัก

ตัวอย่างแสดงตำแหน่งของสมาชิกของเมทริกซ์ และขนาดของเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}_{2\times3} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & 7 \end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}_{1\times4} \qquad D = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}_{3\times1}$$

ตำแหน่งของสมาชิกของเมทริกซ์ มีดังนี้

จากเมทริกซ์ข้างต้นนี้เราจะทราบได้ว่า

$a_{12} = 2 \quad a_{23} = -4 \quad a_{21} = -1$

$b_{13} = -2 \quad b_{32} = 4 \quad b_{33} = 7$

$c_{11} = 1$ $c_{12} = 2$ $c_{13} = 2$

$d_{11} = 5$ $d_{21} = 5$ $d_{31} = 5$

ขนาดของเมทริกซ์ มีดังนี้

A	มีขนาด	2 แถว 3 หลัก	หรือ	2×3
B	มีขนาด	3 แถว 3 หลัก	หรือ	3×3
C	มีขนาด	1 แถว 4 หลัก	หรือ	1×4
D	มีขนาด	3 แถว 1 หลัก	หรือ	3×1

2.1.2 เมทริกซ์ชนิดต่าง ๆ

เนื่องจากเมทริกซ์มีส่วนประกอบของสมาชิก จำนวนแถว และจำนวนหลักทำให้เกิดเมทริกซ์มากมายดังนั้นจึงมีการเรียกเมตรทริกซ์ที่มีรูปแบบตามลักษณะต่างๆดังนี้

1. **เมทริกซ์ศูนย์ (Zero matrix or Null matrix)** คือเมทริกซ์ที่มีสมาชิกทุกจำนวนมีค่าเป็น 0

เช่น $[0\ 0]$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $[0]$ ใช้สัญลักษณ์ $\underline{0}$

2. **เมทริกซ์จัตุรัส (Square matrix)** คือเมทริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก

เช่น $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, $[1]$

3. **เมทริกซ์แถว (Row matrix)** คือเมทริกซ์ที่มีจำนวนแถว 1 แถว

เช่น $[5\ -2\ 1]$, $[0\ 0]$, $[3]$

4. **เมทริกซ์หลัก (Column matrix)** คือเมทริกซ์ที่มีจำนวนหลัก 1 หลัก

เช่น $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $[0]$

สมาชิกบนเส้นทแยงมุมหลักของเมทริกซ์จัตุรัสคือกลุ่มของสมาชิก a_{ij} เมื่อ $i = j$ ได้แก่ a_{11} , a_{22} , a_{33} , ... , a_{nn}

5. เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix or Unit matrix) คือเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเป็น 1 นอกนั้น มีค่าเป็น 0 ทุกจำนวน ใช้สัญลักษณ์ I_n

เช่น $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. เมทริกซ์เฉียง (Diagonal matrix) คือเมทริกซ์จัตุรัสซึ่งสมาชิกทุกตัวอยู่ในแนวทแยงมุมหลัก (Main Diagonal) เป็นศูนย์หมด

เช่น $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

7. เมทริกซ์สเกลา (Scalar matrix) คือเมทริกซ์เฉียงซึ่งสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเท่ากัน

เช่น $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

8. เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน (Upper Triangular matrix) คือเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกที่อยู่ใต้เส้นทแยงมุมหลักมีค่า 0 ทุกจำนวน

เช่น $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

9. เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (Lower Triangular matrix) คือเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกที่อยู่เหนือเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเป็น 0 ทุกจำนวน

เช่น $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

2.2 การดำเนินการระหว่างเมทริกซ์

2.2.1 การเท่ากันของเมทริกซ์

นิยาม กำหนดเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และเมทริกซ์ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$

$A = B$ ก็ต่อเมื่อ $a_{ij} = b_{ij}$ สำหรับทุก ๆ ij เดียวกัน

ตัวอย่าง 2.1 จงพิจารณาว่า $A = B = C$ หรือไม่

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

จากเมทริกซ์ A , B และ C ที่กำหนดให้

เมทริกซ์ A และ B มีสมาชิก $a_{ij} = b_{ij}$ ทุกๆ ij เดียวกันแล้ว $A = B$

เมทริกซ์ A และ C มีสมาชิก $a_{21} \neq C_{21}$ ดังนั้น $A \neq C$

หมายเหตุ เมทริกซ์ A จะเท่ากับเมทริกซ์ B เมื่อมีคุณสมบัติ 2 ข้อ คือ

1. มีขนาดเดียวกัน
2. สมาชิกที่สมนัยกันเท่ากันทุกตัว

ตัวอย่าง 2.2 กำหนดเมทริกซ์ A เท่ากับเมทริกซ์ B

จงหาค่า a , b , c และ d

$$A = \begin{bmatrix} a-1 & b-2 \\ 3c-1 & d+2 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 2a+1 \end{bmatrix}$$

จากเมตริกซ์ A = เมทริกซ์ B ทำให้ได้ตำแหน่งคู่ที่สมนัยกันเท่ากัน 4 คู่ ดังนี้

(1) $a - 1 = 4$
$a = 4 + 1$
$a = 5$

(2) $b - 2 = 2$
$b = 2 + 2$
$b = 4$

(3) $3c - 1 = 5$
$3c = 5 + 1$
$3c = 6$
$c = 2$

(4) $d + 2 = 2a + 1$
แทน $a = 5$
$d + 2 = 10 + 1$
$d = 11 - 2$
$= 9$

2.2.2 การบวกเมทริกซ์

นิยาม กำหนดเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และเมทริกซ์ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ แล้วจะได้ว่า $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$ สำหรับทุก ๆ ij เดียวกัน

ตัวอย่าง 4.3 กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+3 & 2+2 & 5+(-1) \\ 3+0 & -1+1 & 4+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

ค่าของ $A + B = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

<u>สมบัติการบวกของเมทริกซ์</u>

ถ้า A , B และ C เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน

1. กฎการสลับที่ของการบวก (Conmitative Law for addition)

   $A + B = B + A$

2. กฎการจัดหมู่ของการบวก (Association Law for addition)

   $A + (B + C) = (A - B) + C$

3. เอกลักษณ์การบวก (Additive Identity)

   $A + \underline{0} = \underline{0} + A = A$

4. อินเวอร์สการบวก

   $A + (-A) = (-A) + A = \underline{0}$ เมทริกซ์ -A เรียกว่าเป็นอินเวอร์สการบวกของเมทริกซ์ A

2.2.3 การสลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ (Transpose of Matrix)

นิยาม กำหนดเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ การสลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย A' อ่านว่า A ทรานโพส ซึ่ง $A' = [a_{ij}]_{n \times m}$

ตัวอย่าง 2.4 จงหาทรานสโพสของเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A' = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow B' = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

<u>สมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน</u>

ให้ A' และ B' เป็นเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A และ B ตามลำดับ C คือค่าคงที่แล้ว

1. $(A')' = A$
2. $(cA)' = cA'$
3. $(A + B)' = A' + B'$
4. $(AB)' = B' . A'$

2.2.4 การคูณเมทริกซ์ (Multiplication of matrix)

1) การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงที่ (Scalar Multiplication)

นิยาม กำหนดเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ k เป็นค่าคงที่ที่เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้วจะได้ว่า $k.A = [k.a_{ij}]_{m \times n}$

$$KA = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \dots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \dots & ka_{2n} \\ . & . & . & . \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \dots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง 2.5 กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$3A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -3 & 12 \end{bmatrix} \text{ และ } 2B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$3A - 2B = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -3 & 12 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$3A - 2B = \begin{bmatrix} 6-2 & 9-(-2) \\ -3-4 & 12-6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง 2.6 กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

จงหา C จาก $3A' - C' = 3B$

จากสมการ $3A' - C' = 3B$

$-C' = 3B - 3A'$

ใช้ (-1) คูณตลอด $C' = -3B + 3A'$

จัดรูปด้านขวาใหม่ $C' = 3A' - 3B$

ทำเมทริกซ์สับเปลี่ยนทั้ง 2 ข้าง $[C']' = [3A' - 3B]'$

ใช้สมบัติของเมทริกซ์สับเปลี่ยน $C = [3A' - 3B]'$

แทนค่าเมทริกซ์

$$C = \left[3\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad -3\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\right]'$$

$$= \left[\begin{bmatrix} 3 & 9 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}\right]'$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -12 & -6 \\ -9 & 0 \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} -9 & 3 \\ -12 & 6 \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} -9 & -12 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ให้นำจำนวนจริงนั้นคูณสมาชิกทุกตัว

นิยาม กำหนดเมทริกซ์ A ด้วย -A เราจะเรียกว่า อินเวอร์สของการบวกของเมทริกซ์ A

นั่นคือ $A + (-A) = \underline{0}$ หรือ $A - A = \underline{0}$

ดังนั้น เราจะนิยาม $A - B = A + (-B)$

ทฤษฎีบท กำหนดเมทริกซ์ A และเมทริกซ์ B มีมิติเดียวกันและ k_1 , k_2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว

1. $1.A = A$ และ $0.A = \underline{0}$
2. $(k_1 + k_2)A = k_1 A + k_2 A$
3. $k_1 (A + B) = k_1 A + k_1 B$
4. $(k_1 k_2) A = k_1 (k_2 A)$
5. $(k_1 A)^t = k_1 A^t$

2) การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ (Matrix Multiplication)

นิยาม กำหนดเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times p}$ และเมทริกซ์ $B = [b_{ij}]_{p \times n}$

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} \cdot b_{ij}$$

แล้วจะได้ว่า $A.B = [d_{ij}]_{m \times n}$ โดยที่

$$= a_{i1} . b_{1j} + a_{i2} . b_{2j} + \ldots + a_{ip} . b_{pj}$$

เมื่อ $i = 1, 2, \ldots, m$

$j = 1, 2, \ldots, n$

นั่นคือ $A_{m \times p} . B_{p \times n} = D_{m \times n}$

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ . & . & . & . \\ b_{p1} & b_{p2} & \cdots & b_{pn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ . & . & . & . \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mn} \end{bmatrix}$$

d_{ij} คือ สมาชิกใน D เกิดจากนำสมาชิกแถวที่ i ของ A คูณกับสมาชิกหลักที่ j ของ B แล้วนำผลคูณของแต่ละคู่มาบวกกัน

เช่น $d_{11} = a_{11} b_{11} + a_{12} b_{21} + a_{13} b_{31} + \ldots\ldots\ldots + a_{1p} b_{p1}$

$d_{12} = a_{11} b_{12} + a_{12} b_{22} + a_{13} b_{32} + \ldots\ldots\ldots + a_{1p} b_{p2}$

หมายเหตุ 1. เมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ จะคูณกันต้องมีจำนวนหลักของเมทริกซ์หน้าเท่ากับจำนวนแถวของเมทริกซ์หลัง ถ้าไม่เท่ากันคูณกันไม่ได้ เช่น

d_{ij} ที่ได้เกิดจากสมาชิกแถวที่ i ของเมทริกซ์หน้าคูณกับสมาชิกหลักที่ j ของเมทริกซ์หลัง โดยคูณกันตัวต่อตัว แล้วนำมารวมกันทั้งหมด

เช่น d_{11} เกิดจากแถวที่ 1 คูณกับหลักที่ 1

d_{12} เกิดจากแถวที่ 1 คูณกับหลักที่ 2

d_{13} เกิดจากแถวที่ 1 คูณกับหลักที่ 3

d_{ij} เกิดจากแถวที่ i คูณกับหลักที่ j

2. เมทริกซ์ที่เกิดจากผลคูณ 2 เมทริกซ์นี้ จะมีขนาดเท่ากับจำนวนแถวของเมทริกซ์หน้า และจำนวน หลักของเมทริกซ์หลัง

เช่น กำหนด

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{2\times1}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{1\times3}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2\times2} \text{ และ } D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2\times3}$$

เมทริกซ์ที่คูณกันได้ คือ A . B ได้ และ C . D ได้

ตัวอย่าง 2.7 กำหนดให้

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{2\times1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{1\times3} = \begin{bmatrix} (1\times1) & (1\times2) & (1\times3) \\ (2\times1) & (2\times2) & (2\times3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}_{2\times3}$$

$$C.D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2\times2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2\times3} = \begin{bmatrix} (1\times1+2\times4) & (1\times2+2\times5) & (1\times3+2\times6) \\ (3\times1+4\times4) & (3\times2+4\times5) & (3\times3+4\times6) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1+8) & (2+10) & (3+12) \\ (3+16) & (6+20) & (9+24) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 19 & 26 & 33 \end{bmatrix}_{2\times3}$$

ข้อสังเกต 1. โดยทั่วๆ ไปแล้ว $AB \neq BA$

2. ถ้า $AB = \underline{0}$ แล้วไม่จำเป็นที่ $A = \underline{0}$ หรือ $B = \underline{0}$

เช่น $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

จะได้ว่า $AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \underline{0}$

ทฤษฎีบท กำหนด A, B และ C เป็นเมทริกซ์ใด ๆ และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $(kA)B = k(AB)$
2. $A(BC) = (AB)C$
3. $A(B + C) = AB + AC$
4. $(A + B)C = AC + BC$
5. $(kA)^t = kA^t$
6. $(-A)(-B) = AB$
7. $(AB)^t = B^tA^t$
8. $A\underline{0} = \underline{0}$
9. $AI_n = I_nA = A$

นิยาม ถ้า A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสแล้ว $A^1 = A$ และถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $A^n = A.A\ldots A$ (n ครั้ง)

จากนิยามข้างบนจะได้ว่า $(A^m)(A^n) = A^{m+n}$

และ $(A^m)^n = A^{mn}$

และ $(AB)^m = (A^m)(B^m)$

เช่น $A^3 = A^{2+1} = A^2.A$

$A^6 = (A^2)^3 = A^2.A^2.A^2$

$(AB)^3 = (A^3)(B^3)$

ตัวอย่าง 2.8 กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

จงหา A^2 , A^3 , A^4 และ $(AB)^2$

$$\because A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1+6 & 2+8 \\ 3+12 & 6+16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^3 = A.A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 7+30 & 10+44 \\ 21+60 & 30+88 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 49+150 & 70+220 \\ 105+330 & 150+484 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 199 & 290 \\ 435 & 634 \end{bmatrix}$$

$$[AB]^2 = \left[\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\right]^2$$

$$= \begin{bmatrix} -1+2 & 0+4 \\ -3+4 & 0+8 \end{bmatrix}^2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}\right]^2$$

$$= \begin{bmatrix} 1+4 & 4+32 \\ 1+8 & 4+64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 36 \\ 9 & 68 \end{bmatrix}$$

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ผลคูณคาร์ทีเซียน

นิยาม ถ้า A, B เป็นเซตใดๆแล้ว $A \times B$ เป็นเซตของคู่อันดับ (a,b)

โดยที่ $a \in A$ และ $b \in B$

ตัวอย่าง $A = \{1,2,3\}$, $B = \{a,b\}$

$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$

$B \times A = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$

หมายเหตุ $A \times B \neq B \times A$ ยกเว้น

1. $A = B$
2. A หรือ B = $\varnothing$

ความสัมพันธ์ จากเซต A ไป เซต B

หมายถึงเซตของคู่อันดับ (a,b) ที่คู่อันดับตัวหน้าต้องมาจากเซต A และคู่อันดับตัวหลังต้องมาจากเซต B หรือพูดว่า $r \subset A \times B$

ตัวอย่าง $A = \{1,2,3,\}, B = \{a,b\}$

จงเขียนความสัมพันธ์จาก A ไป B 3 ตัวอย่าง

$r_1 = \{(1,a)\}$

$r_2 = \{(1,b),(2,b)\}$

$r_3 = \{(3,a),(1,b),(2,a)\}$

ตัวอย่าง $A = \{1,2,3,4,5\}$ $B = \{1,3,7,10\}$

ให้ $r = \{(x,y) \in A \times B / y = 3x+1\}$

จงเขียนความสัมพันธ์ r แบบแจกแจงสมาชิก

$r = \{(2,7),(3,10)\}$

โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

นิยาม โดเมนของความสัมพันธ์ r คือเซตที่ประกอบไปด้วยสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r แทนด้วย D_r

เรนจ์ของความสัมพันธ์ r คือเซตที่ประกอบไปด้วยสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r แทนด้วย R_r

ตัวอย่าง จงเขียนโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

$r_1 = \{(1,a),(2,b),(3,c),(4,b)\}$

$D_r = \{1,2,3,4\}$

$R_r = \{a,b,c\}$

$r_2 = \{(x,y) \in R \times R / y = x^2\}$

$D_r = R$

$R_r = R^+ U \{0\}$

ฟังก์ชัน

นิยาม ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์ ซึ่งใน สองคู่อันดับใดๆ ของความสัมพันธ์นั้นถ้ามี สมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่เหมือนกัน หรืออาจกล่าวได้ว่า $(a,b) \in f$ และ $(a,c) \in f$ แล้ว f จะเป็นฟังก์ชันเมื่อ b = c นั่นคือฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์ที่สมาชิกตัวหน้าไม่ซ้ำกันนั่นเอง

ตัวอย่างเช่น $f = \{(1,a),(2,b),(3,c),(4,b)\}$ เป็นฟังก์ชัน

$r = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2)(c,3)\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน

$g = \{(x,y) \in R \times R / y = x^2\}$ เป็นฟังก์ชัน

$\because x = 1, y = 1$

$x = 2, y = 4$

$h = \{(x,y) \in R \times R / y^2 = x\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน

$\because x = 1, y^2 = 1, y = -1, 1$

ฟังก์ชันจาก A ไป B

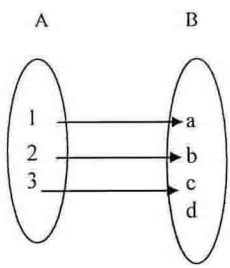
นิยาม f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ

$D_f = A$ และ $R_f \subset B$ นิยมใช้สัญลักษณ์ $f : A \to B$

ลักษณะการจับคู่ของฟังก์ชัน

แบบที่ 1 f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไป B (one to one function from A into B)

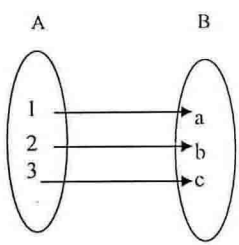
แทนด้วย $f : A \xrightarrow[\text{into}]{1-1} B$ หมายถึง ฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่งที่มี $D_f = A$ และ $R_f \subset B$



แบบนี้เซตของ B ถูกใช้ไม่หมด

แบบที่ 2 f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไปทั่วถึง B (one to one function from A onto B หรือ one to one correspondence)

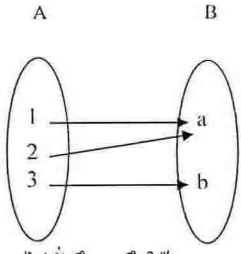
เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow[\text{onto}]{1-1} B$ หมายถึง ฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่งที่มี $D_f = A$ และ $R_f = B$



$f : A \xrightarrow[\text{onto}]{\text{1-1}} B$ เซตของ B ถูกใช้หมด

แบบที่ 3 f เป็นฟังก์ชัน จาก A ไปทั่วถึง B แบบ many to one คือสมาชิกตัวหน้าหลายตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลั
ตัวเดียวกัน ดังรูป

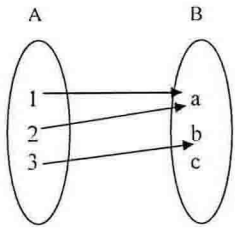
เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow[\text{onto}]{\text{many to one}} B$



A ไปทั่งถึง B จึงใช้ B หมด

แบบที่ 4 f เป็นฟังก์ชัน จาก A ไปทั่วถึง B แบบ many to one คือสมาชิกตัวหน้าหลายตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลั
ตัวเดียวกัน แต่ ใช้สมาชิกตัวหลังไม่หมด ดังรูป

เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow[\text{into}]{\text{many to one}} B$



ชนิดต่างๆของฟังก์ชัน

1. **ฟังก์ชันเชิงเส้น** คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป y = mx + b เมื่อ m และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ

   ตัวอย่าง เช่น f(x) = 2x -5

2. **ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์** คือฟังก์ชันที่มีเครื่องหมายค่าสัมบูรณ์ปรากฏอยู่

   ตัวอย่างเช่น $f(x) = |x+3|$

3. **ฟังก์ชันขั้นบันได** คือฟังก์ชันที่มีค่าคงตัวเป็นช่วงๆ

   ตัวอย่างเช่น $f(x) = \begin{cases} 0 & ;0 \le x < 10 \\ 10 & ;10 \le x < 20 \\ 20 & ;20 \le x < 30 \\ 30 & ;x \ge 30 \end{cases}$

4. **ฟังก์ชันกำลังสอง** คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x)=ax^2+bx+c$ เมื่อ a, b ,c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$

ตัวอย่างเช่น $f(x)=x^2+6x+10$

5. **ฟังก์ชันพหุนาม** คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$ โดยที่ $a_n, a_{n-1}, ..., a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับ ศูนย์

ตัวอย่าง เช่น $f(x)=2x-3$

$f(x)=2x^2-4x+1$

$f(x)=3x^4-2x^3-x+6$

โดยทั่วไป เราแบ่งฟังก์ชันเป็น 2 ชนิด คือ

1. **ฟังก์ชันพีชคณิต** (Algebraic Function) คือฟังก์ชันที่ค่าของฟังก์ชันประกอบด้วย ค่าคงตัว ตัวแปร และเครื่องหมาย บวก ลบ คูณ หาร ยกกำลัง

ตัวอย่างเช่น $f(x)=x^2-2x+3$

$f(x)=\dfrac{2x-1}{x-4}$

$f(x)=x^{\frac{1}{2}}+3$

2. **ฟังก์ชันอดิศัย** (Transcendental function) คือฟังก์ชันใดๆ ที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต เช่นฟังก์ชันชี้กำลัง ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ เป็นต้น

ตัวอย่างเช่น $f(x)=2^x$

$f(x)=\log_3 x$

$f(x)=\sin x$

โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

ถ้า f เป็นฟังก์ชันโดยที่ $(x,y) \in f$

โดเมนของ f คือ $D_f=\{x/(x,y) \in f\}$

เรนจ์ ของ f คือ $R_f=\{y/(x,y) \in f\}$

ตัวอย่าง เช่น 1. $f=\{(x,y)/y=|x+1|\}$

จะได้ $D_f=R$

$R_f=\{y/y \geq 0\}$ หรือ $\{x/x \geq 0\}$

2. $f=\{(x,y)/y=\sqrt{x-4}\}$

จะได้ $D_f=\{x/x \geq 4\}$

$R_f=\{y/y \geq 0\}$ หรือ $\{x/x \geq 0\}$

พีชคณิตของฟังก์ชัน

กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันใด ๆ จะได้

1. $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
2. $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
3. $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
4. $(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad ; g(x) \neq 0$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $f(x) = x+4$, $g(x) = x^2+1$

จะได้ $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$$= (x+4) + (x^2+1)$$

$$= x^2 + x + 5$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$= (x+4) - (x^2+1)$$

$$= x + 4 - x^2 - 1$$

$$= 3 + x - x^2$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$= (x+4)(x^2+1)$$

$$= x^3 + 4x^2 + x + 4$$

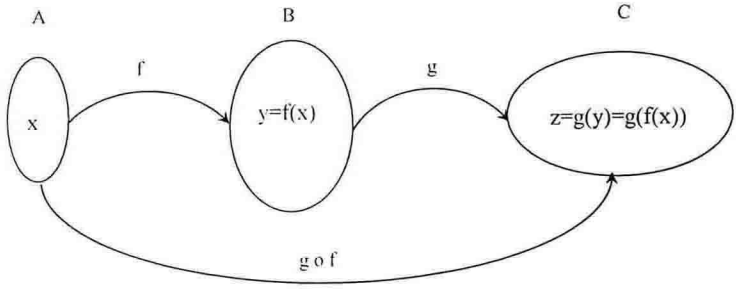
$$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$= \frac{x+4}{x^2+1}$$

ฟังก์ชันประกอบ (Composite function)

กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือ $f : A \to B$ โดยที่ $y = f(x); x \in A, y \in B$ และ g เป็นฟังก์ชันจาก B ไป C หรือ $g : B \to C$ โดยที่ $z = g(y); y \in B, z \in C$

ถ้าเรนจ์ (y) ของฟังก์ชัน f ซ้ำกับโดเมนบางตัว(y) ของฟังก์ชัน g แล้ว เราสามารถสร้างฟังก์ชันใหม่จากโดเมนบางตัวของ f ไปยังเรนจ์บางตัวของฟังก์ชัน g ได้ และเรียกฟังก์ชันนี้ว่า ฟังก์ชันประกอบของ g โดย f แทนด้วยสัญลักษณ์ gof



จากรูป $f : A \to B$ โดยที่ y = f(x)

$g : B \to C$ โดยที่ z = g (y)

$gof : A \to C$ โดยที่ z = g (f (x))

นั่นคือ (gof)(x) = g (f(x))

ในทำนองเดียวกันถ้าเรนจ์บางตัวของฟังก์ชัน g ซ้ำกับโดเมนบางตัวของฟังก์ชัน f แล้ว เราสามารถหาฟังก์ชันประกอบของ f โดย g ได้

ซึ่ง (fog)(x) = f (g(x))

ตัวอย่าง $f = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$

$g = \{(a.2),(b.5),(c,6).(d.7)\}$

วิธีทำ (gof)(1) = g (f(1))

= g (a)

= 2

(gof)(2) = g (f(2))

= g (b)

= 5

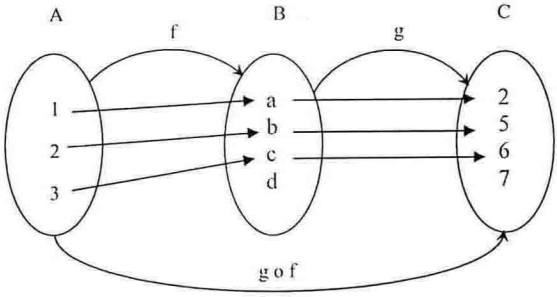
(gof)(3) = g (f(3))

= g (c)

$= 6$

$gof = \{(1,2),(2,5),(3,6)\}$

หรือ



จะได้ $gof = \{(1,2),(2,5),(3,6)\}$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x-2}$, $g(x) = x^2 + 3$

จงหาค่าฟังก์ชันประกอบต่อไปนี้

ก . (gof) (x)

ข. (fog)(x)

วิธีทำ ก. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x-2}$; $x \geq 2$

$g(x) = x^2 + 3$

$(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(\sqrt{x-2})$; $x \geq 2$

$= \left(\sqrt{x-2}\right)^2 + 3$

$= x - 2 + 3 \quad = x + 1$; $x \geq 2$

ข . $(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(x^2 + 3)$

$= \sqrt{(x^2+3)-2}$

$= \sqrt{x^2+1}$ #

อินเวอร์สของฟังก์ชัน

นิยาม อินเวอร์สของฟังก์ชัน หมายถึง ความสัมพันธ์ที่เกิดจากการสลับตำแหน่ง ระหว่างสมาชิก ตัวหน้า และสมาชิก ตัวหลังของ แต่ละคู่อันดับ ซึ่งอินเวอร์สของฟังก์ชัน ไม่จำเป็นต้องเป็นฟังก์ชันเสมอไป

ตัวอย่างเช่น $f=\{(1,2),(2,4),(3,6)\}$

$f^{-1}=\{(2,1),(4,2),(6,3)\}$

$g=\{(1,2),(2,4),(3,4)\}$

$g^{-1}=\{(2,1),(4,2),(4,3)\}$

จะเห็นว่า g ไม่ใช่ฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่ง g^{-1} จะไม่ใช่ฟังก์ชัน

ตัวอย่าง 1 $f=\{(x,y)\in R\times R / y=4x+3\}$

วิธีทำ f เป็นฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่ง

f^{-1} ; $x=4y+3$

$4y=x-3$

$y=\dfrac{x-3}{4}$

$f^{-1}=\left\{(x,y)\in R\times R / y=\dfrac{x-3}{4}\right\}$

หมายเหตุ อินเวอร์สของฟังก์ชันจะเป็นฟังก์ชันก็ต่อเมื่อฟังก์ชันเดิมเป็นฟังก์ชัน หนึ่งต่อหนึ่ง

ตัวอย่าง 2 $f=\left\{(x,y)/y=\sqrt{x}\right\}$

วิธีทำ f^{-1} ; $x=\sqrt{y}$; $y\geq 0$ และ $x\geq 0$

ยกกำลังสอง ; $y=x^2$; $x\geq 0$

$f^{-1}=\left\{(x,y)/y=x^2, x\geq 0\right\}$

ฟังก์ชันเลขชี้กำลังและฟังก์ชันลอการิทึม (Exponential & Logarithmic function)

ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง

$$f = \{(x, y) \in R \times R^{+} / y = a^{x}; a > 0 \text{ และ } a \neq 1\}$$

เช่น $y = 2^{x}, y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$

สมบัติของเลขยกกำลัง

ถ้า $a, b, m, n \in R$ และ $a > 0, b > 0$ แล้ว

1. $a^{m} \cdot a^{n} = a^{m+n}$
2. $\frac{a^{m}}{a^{n}} = a^{m-n}$
3. $(a^{m})^{n} = a^{mn}$
4. $(a \cdot b)^{n} = a^{n} \cdot b^{n}$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^{n}}{b^{n}}$ $\quad ; b \neq 0$
6. $a^{0} = 1$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$
8. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}}$

<u>ตัวอย่าง 1</u> จงทำให้เป็นรูปอย่างง่าย $\frac{2^{5n} \cdot 4^{2n}}{8^{n}}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
\frac{2^{5n} \cdot 4^{2n}}{8^{n}} &= \frac{2^{5n} \cdot (2^{2})^{2n}}{(2^{3})^{n}} \\
&= \frac{2^{5n} \cdot 2^{4n}}{2^{3n}} \\
&= 2^{5n+4n-3n} \\
&= 2^{6n}
\end{aligned}$$

<u>ตัวอย่าง 2</u> จงทำให้เป็นรูปอย่างง่าย $\frac{10 \cdot 3^{3n} - 27^{n}}{3^{n+1}}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
\frac{10 \cdot 3^{3n} - 27^{n}}{3^{n+1}} &= \frac{10 \cdot 3^{3n} - (3^{3})^{n}}{3 \cdot 3^{n}} \\
&= \frac{3^{3n} \cdot (10 - 1)}{3 \cdot 3^{n}} \\
&= \frac{3^{3n} \cdot 9}{3 \cdot 3^{n}}
\end{aligned}$$

$$= \frac{3 \cdot 3^{3n}}{3^n}$$
$$= 3 \cdot 3^{3n-n}$$
$$= 3 \cdot 3^{2n} \quad \#$$

<u>ตัวอย่าง 3</u> จงหาค่าของ $\sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{18}$

วิธีทำ $\sqrt{32} + \sqrt{8} - \sqrt{18} = \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{9 \times 2}$

$$= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$
$$= 3\sqrt{2} \quad \#$$

<u>ตัวอย่าง 4</u> จงแก้สมการ $2^{3x+5} = 16$

วิธีทำ

$$2^{3x+5} = 2^4$$
$$3x + 5 = 4$$
$$3x = -1$$
$$x = \frac{-1}{3} \quad \#$$

<u>ตัวอย่าง 5</u> จงแก้สมการ $3^{2x^2} = 9\sqrt{3}$

วิธีทำ

$$3^{2x^2} = 3^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$
$$3^{2x^2} = 3^{\frac{5}{2}}$$
$$2x^2 = \frac{5}{2}$$
$$x^2 = \frac{5}{4}$$
$$x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \quad \#$$

<u>ตัวอย่าง 6</u> จงแก้สมการ $3^{2n} - 8.3^n - 9 = 0$

วิธีทำ $(3^n + 1)(3^n - 9) = 0$

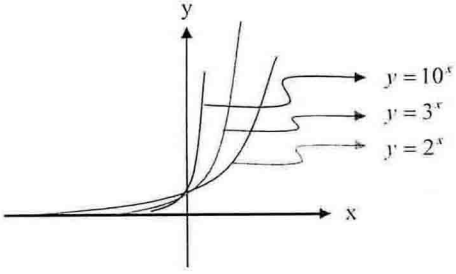
$3^n + 1 = 0$	$3^n - 9 = 0$
$3^n = -1$	$3^n = 9$
ไม่มีจำนวนจริงใดที่	$= 3^2$
สอดคล้องกับสมการนี้	$\therefore n = 2$ #

กราฟของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง

$f = \{(x, y) \in R \times R^+ / y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$

กรณีที่ 1 $a > 1$

ตัวอย่างเช่น จงวาดกราฟ $y = 2^x, y = 3^x$ และ $y = 10^x$



สรุป $y = a^x; a > 1$

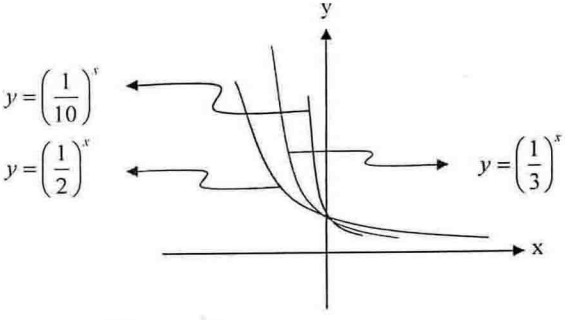
1. กราฟผ่านจุด (0,1) เสมอ
2. กราฟของฟังก์ชันเพิ่ม (Increasing function)

   ซึ่งเมื่อ $x \to \infty$ แล้ว $y \to \infty$

   และเมื่อ $x \to -\infty$ แล้ว $y \to 0$

กรณี 2 $0 < a < 1$

ตัวอย่างเช่น จงวาดกราฟ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$



รรุป $y = a^x; o < a < 1$

1. กราฟผ่านจุด (0,1) เสมอ
2. เป็นกราฟของฟังก์ชันลด (Decreasing function)

   ซึ่งเมื่อ $x \to \infty$ แล้ว $y \to 0$

   และเมื่อ $x \to -\infty$ แล้ว $y \to \infty$

<u>**หมายเหตุ**</u> $y = a^x; a > 0, a \neq 1$

โดเมนของฟังก์ชันชี้กำลัง เป็นจำนวนจริงและเรนจ์ของฟังก์ชันชี้กำลัง เป็นจำนวนจริงบวก

ฟังก์ชันลอกการิทึม (Logarithm function)

อินเวอร์สของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง $y = a^x; a > 0$ และ $a \neq 1$ และ $x \in R, y \in R^+$ คือ $x = a^y$ ซึ่งเขียนในรูป $y = \log_a x : a > 0, a \neq 1$

$$f = \{(x, y) \in R^+ \times R \mid y = \log_a x \quad ; a > 0, a \neq 1\}$$

คุณสมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$
4. $\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$
5. $\log_a M^n = n \cdot \log_a M$
6. $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a} \qquad ; b > 0, b \neq 1$
7. $a^{\log_a M} = M$

ตัวอย่าง 1. จงหาค่าของ $\log_3 27 + \log_2 \frac{1}{16}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
\log_3 27 + \log_2 \frac{1}{16} &= \log_3 3^3 + \log_2 \frac{1}{2^4} \\
&= \log_3 3^3 + \log_2 2^{-4} \\
&= 3 \cdot \log_3 3 + (-4) \cdot \log_2 2 \\
&= 3 - 4 \\
&= -1 \qquad \#
\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 2. จงหาค่า $\log_{\frac{1}{5}} 625$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
\log_{\frac{1}{5}} 625 &= \frac{\log_5 625}{\log_5 \frac{1}{5}} \\
&= \frac{\log\ 5^4}{\log_5 5^{-1}} \\
&= \frac{4 \log_5 5}{-1 \log_5 5} \\
&= -4 \qquad \#
\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 3. จงหาค่า $\log_2 40 - \log_2 125 + \log_2 25$

วิธีทำ $\log_2 40 - \log_2 125 + \log_2 25 = \log_2 \frac{40 \times 25}{125}$

$= \log_2 8$

$= \log_2 2^3 = 3 \cdot \log_2 2 = 3$ #

ตัวอย่าง 4. ถ้า $\log_a b = 3, \log_a e = -1, \log_a d = 4$

จงหาค่าของ $\log_a \frac{b^2 e}{d}$

วิธีทำ $\log_a \frac{b^2 e}{d} = \log_a b^2 + \log_a e - \log_a d$

$= 2 \cdot \log_a b + \log_a e - \log_a d$

$= 2(3) + (-1) - 4$

$= 1$ #

ตัวอย่าง 5. ถ้า $\log 2 = 0.3010$ และ $\log 3 = 0.4771$

จงหาค่าของ $\log 2{,}000 + \log 0.003$

วิธีทำ $\log 2{,}000 + \log 0.003 = \log(2 \times 1000) + \log \frac{3}{1000}$

$= \log(2 \times 10^3) + \log(3 \times 10^{-3})$

$= \log 2 + \log 10^3 + \log 3 + \log 10^{-3}$

$= \log 2 + 3 \cdot \log 10 + \log 3 + (-3) \cdot \log 10$

$= 0.3010 + 3 + 0.4771 - 3$

$= 0.7781$ #

ตัวอย่าง 6. จงแก้สมการ $\log_2 \left[\log_2 \left(x^3 + 8 \right) \right] = 2$

วิธีทำ $\log_2 \left[\log_2 \left(x^3 + 8 \right) \right] = 2$

$\log_2 \left(x^3 + 8 \right) = 2^2 = 4$

$x^3 + 8 = 2^4$

$x^3 = 16 - 8$

$x^3 = 8$

$x = 2$ #

ตัวอย่าง 7. จงแก้สมการ $\log_3 (x+2) - \log_3 x = 1$

วิธีทำ $\log_3 (x+2) - \log_3 x = 1$

$\log_3 \frac{x+2}{x} = 1$

$$\frac{x+2}{x} = 3^1 = 3$$
$$x+2 = 3x$$
$$2x = 2$$
$$x = 1 \quad \#$$

ตัวอย่าง 8. จงหา ค่า x จากสมการ $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$

วิธีทำ
$$\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$$
$$\log_2 x + \frac{1}{\log_2 x} = \frac{5}{2}$$

คูณตลอดด้วย $2\log_2 x;$

$$2\log_2^2 x + 2 = 5\log_2 x$$
$$2\log_2^2 x - 5\log_2 x + 2 = 0$$
$$(2\log_2 x - 1)(\log_2 x - 2) = 0$$

$\therefore 2\log_2 x - 1 = 0$	$\log_2 x - 2 = 0$
$\log_2 x^2 = 1$	$\log_2 x = 2$
$x^2 = 2$	$x = 2^2$
$x = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$	$x = 4$
แต่ $-\sqrt{2}$ ใช้ไม่ได้	

$$\therefore x = \sqrt{2}, 4 \quad \#$$

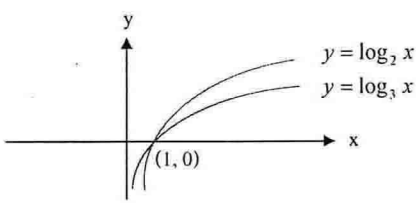
กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

$f = \{(x,y) \in R^+ \times R \,/\, y = \log_a x, a > 0. a \neq 1\}$

ฟังก์ชันของลอการิทึมจะเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือลดขึ้นอยู่กับฐาน

กรณีที่1 $a > 1$

ตัวอย่างเช่น จงวาดกราฟ $y = \log_2 x, y = \log_3 x$



สรุป $y = \log_a x; a > 1$

1. กราฟผ่านจุด (1,0) เสมอ

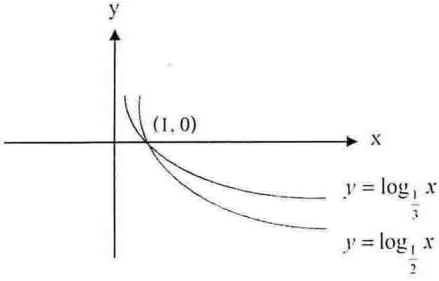
2. เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

เมื่อ $x \to \infty$, $y \to \infty$

เมื่อ $x \to 0$, $y \to -\infty$

กรณีที่2 $0 < a < 1$

ตัวอย่างเช่น จงวาดกราฟ $y = \log_{\frac{1}{2}} x, y = \log_{\frac{1}{3}} x$



สรุป $y = \log_a x; 0 < a < 1$

1. กราฟผ่านจุด (1,0) เสมอ
2. เป็นฟังก์ชันลด

เมื่อ $x \to \infty, y \to -\infty$

เมื่อ $x \to 0, y \to \infty$

หมายเหตุ $y = \log_a x; a > 0; a \neq 1$

โดเมนของฟังก์ชันลอการิทึม เป็น จำนวนจริงบวกและเรนจ์ ของฟังก์ชันลอการิทึม เป็นจำนวนจริง

3. แบบทดสอบ

3.1 แบบทดสอบวัดพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์

3.2 แบบทดสอบเรื่องตรรกศาสตร์

3.3 แบบทดสอบเรื่องเมทริกซ์

3.4 แบบทดสอบเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

วิทยาเขตเทคนิคกรุงเทพฯ

ข้อสอบวัดพื้นฐาน **วิชาคณิตศาสตร์** **เวลา 1 ชั่วโมง**

<u>คำชี้แจง</u> ข้อสอบมีทั้งหมด 20 ข้อ (ห้ามใช้เครื่องคิดเลข)

จงเลือกคำตอบโดยใช้ X ทับข้อที่ถูกเพียงคำตอบเดียว

1. $(1-3)(2+1) = ?$

ก -1 ข 6

ค 1 ง -6

2. $(-2-1)^2 = ?$

ก -9 ข 6

ค 9 ง -6

3. $-5(2-3) = ?$

ก -5 ข -13 ค 13 ง 5

4. $\frac{(6+9)}{(3-6)} = ?$

ก -5 ข -3 ค -1 ง 0

5. $(2+2)^2-(-5x) = ?$

ก $8+5x$ ข $16+5x$ ค $8-5x$ ง $16-5x$

6. $(3x-x)(4x+x) = ?$

ก $7x^2$ ข $3x^2$ ค $10x^2$ ง $25x^2$

7. $-3x^2+2y^3-4x^2-y^3$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $7x^2-y^3$ ข $-7x^2+3y^3$

ค $-x^2+y^3$ ง $-7x^2+y^3$

8. $4x-3y^2+6y-5y^2-4x^2$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $6y-8y^2$ ข $4x-4x^2+6y-2y^2$

ค $4x-4x^2+6y-8y^2$ ง $4x-4x^2-2y$

9. $(6x^3 - 3x + 4xy - y^2) + (3xy + 2x - 3x^3)$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $3x^6 - x^2 + 7x^2y^2 - y^2$ ข $3x^3 + x + 7xy - y^2$

ค $3x^3 - x + 7xy - y^2$ ง $3x^3 + 7xy - y^2$

10. $(5m^4 - m^2n + 3n^2) - (3m^2 + 2m^2n - 3n^2)$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $2m^4 - 3m^2n + 6n^2$ ข $5m^4 - 3m^2n - 3m^2 + 6n^2$

ค $5m^4 + 3n^2 + mn^2$ ง $m^2 - 3m^2n$

11. $-2x^2(x^3 - 3xy + y^2)$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $-2x^5 - 3xy + y^2$ ข $-2x^5 + 6x^2y - 2x^2y^2$

ค $-2x^5 + 6x^3y - 2xy^2$ ง $-2x^5 + 6x^3y - 2x^2y^2$

12. $3a^2b\ (5a^3 - ab^2 - 7b^5)$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $15a^5b - 3a^3b^3 - 21a^2b^6$ ข $15a^3b - 3a^2b^2 - 21a^2b^6$

ค $15a^6b - 3a^2b^2 - 21a^2b^5$ ง $15a^5b - ab^2 - 7b^5$

13. $(x - 3)(x + 2)$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $x^2 - 5x - 6$ ข $x^2 - x - 6$

ค $x^2 + 5x + 6$ ง $x^2 - x + 6$

14. $(2x - 1)(3x - 2)$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $6x^2 - x + 2$ ข $6x^2 - 7x + 2$

ค $-x + 2$ ง $6x^2 + 2$

15. $\dfrac{12x^3 - 18x^6}{3x^3}$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $4x^3 - 6x^6$ ข $4x - 6x^2$

ค $4 - 6x^3$ ง $4 - 18x^6$

16. $\dfrac{18a^2b^2 + 12a^6b^4}{6a^2b^2}$ มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก $3ab + 2a^3b^2$ ข $3a^2 + 2a^6b^4$

ค $3 + 12a^6b^4$ ง $3 + 2a^4b^2$

17. $x^2+4x-21$ แยกตัวประกอบได้เท่าไร

ก (x - 7)(x - 3) ข (x + 7)(x - 3)

ค (x - 7)(x + 3) ง (x + 2)(x + 2)

18. $3x^2-30x+72$ แยกตัวประกอบได้เท่าไร

ก (3x + 12)(x - 6) ข (3x - 12)(x - 6)

ค (3x - 9)(x - 8) ง (3x - 24)(x - 3)

19. $100\ x^2-49$ แยกตัวประกอบได้เท่าไร

ก (10x - 7)(10x + 7) ข (10x - 7)(10x - 7)

ค (100x - 7)(x + 7) ง (10x - 23)(10x + 23)

20. $\left(5+x^3\right)^2$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก $25+5x^3+x^6$ ข $25\ +\ x^6$

ค $25+10x^3+x^6$ ง $25+10x^3+x^5$

เฉลยแบบทดสอบพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	เฉลย
1	ง
2	ค
3	ง
4	ก
5	ข
6	ค
7	ง
8	ค
9	ค
10	ข

ข้อที่	เฉลย
11	ง
12	ก
13	ข
14	ข
15	ค
16	ง
17	ข
18	ข
19	ก
20	ค

แบบทดสอบตรรกศาสตร์ จำนวน 20 × 5 มีดังนี้

1.1 ประโยคใดต่อไปนี้<u>เป็น</u>ประพจน์

1. 2+3 มีค่าเท่าไร
2. นักเรียนทุกคนต้องตั้งใจเรียน
3. เธอเป็นคนสวย
4. เทคนิคกรุงเทพฯ ตั้งอยู่บนถนนนางลิ้นจี่

1.2 ประโยคใดต่อไปนี้<u>ไม่เป็น</u>ประพจน์

1. ถ้า $x = 2$ แล้ว $x^2 = 4$
2. สิงค์โปร์เป็นเกาะ
3. เกาะอะไรนั่นใหญ่จังเลย
4. $y = x^2$ เป็นสมการกราฟเส้นตรง

1.3 ประโยคใดต่อไปนี้<u>เป็น</u>ประพจน์

1. กรุณาอย่าเดินลัดสนาม
2. นาย ทักษิณ ชินวัตร เป็นนายกรัฐมนตรีคนที่ 20 ของประเทศไทย
3. สมชายทำการบ้านหรือยัง
4. $x + 2 = 3$

1.4 ประโยคใดต่อไปนี้<u>ไม่เป็น</u>ประพจน์

1. พรุ่งนี้เมย์จะไปดูหนัง
2. วันที่ 31 ธันวาคม เป็นวันสิ้นปี
3. 3 + 2 = 4
4. เธอเป็นนางงามโลก

1.5 ประโยคใดต่อไปนี้<u>เป็น</u>ประพจน์

1. เดินดีๆนะระวังล้ม
2. น้ำขึ้นให้รีบตัก
3. สิบปากว่าไม่เท่าตาเห็น
4. ปีดเทอมนี้อาจารย์สมชายจะไปเที่ยวอเมริกา

2.1 กำหนดให้ประพจน์ p, q และ r มีค่าความจริงเป็นจริง, จริง และเท็จ ตามลำดับ แล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $p \rightarrow (q \wedge r)$
2. $p \rightarrow (\sim q \wedge r)$
3. $(\sim p \wedge r) \rightarrow r$
4. $r \rightarrow (p \wedge q)$

2.2 กำหนดให้ประพจน์ p,q และ r มีค่าความจริงเป็นจริง, เท็จ และจริง ตามลำดับ แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ 2. $(p \wedge r) \rightarrow q$
3. $(p \vee r) \leftrightarrow q$ 4. $(r \rightarrow q) \vee q$

2.3 กำหนดให้ประพจน์ p,q และ $\sim r$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $(p \rightarrow r) \rightarrow q$ 2. $(p \vee \sim r) \wedge q$
3. $(p \wedge q) \vee r$ 4. $r \leftrightarrow (p \vee \sim q)$

2.4 กำหนดให้ประพจน์ p,q และ $\sim r$ มีค่าความจริงเป็นจริง, เท็จ และจริง ตามลำดับ แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $p \rightarrow r$ 2. $\sim q \leftrightarrow r$
3. $p \vee \sim q$ 4. $\sim p \vee r$

2.5 กำหนดให้ประพจน์ $\sim p,q$ และ r มีค่าความจริงเป็นจริง, จริง และเท็จ ตามลำดับ แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $(p \leftrightarrow r) \wedge q$ 2. $(p \rightarrow r) \rightarrow (r \rightarrow q)$
3. $(p \vee r) \rightarrow (q \wedge r)$ 4. $(r \rightarrow p) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$

3.1 ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ และ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u> และ $q \vee r$ มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u> แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$ 2. $(p \vee q \rightarrow r)$
3. $(p \vee \sim q) \rightarrow r$ 4. $p \rightarrow (q \wedge r)$

3.2 ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ และ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u> และ $q \vee r$ มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u> แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$ 2. $(p \vee q) \rightarrow r$
3. $(p \vee \sim q) \rightarrow r$ 4. $p \rightarrow (q \wedge r)$

3.3 ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u> แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $r \rightarrow p$ 2. $q \leftrightarrow \sim r$
3. $p \wedge \sim q$ 4. $q \vee r$

3.4 ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ และ $p \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u> แล้วประพจน์ ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge \sim r)$ 2. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow r)$
3. $(p \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow r)$ 4. $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$

3.5 ให้ p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ และ $(p \vee \sim q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $q \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง

1. $(\sim p \wedge \sim r) \rightarrow p$ 2. $q \rightarrow (p \vee r)$
3. $(q \vee r) \rightarrow p$ 4. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

4.1 ให้ p,q และ r เป็นประพจน์ใดๆ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นไม่จริง

1. ถ้า $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
2. ถ้า $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
3. ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
4. ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4.2 ให้ p,q และ r เป็นประพจน์ใดๆ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นไม่จริง

1. ถ้า $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
2. ถ้า $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
3. ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
4. ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4.3 ให้ p,q และ r เป็นประพจน์ใดๆ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริง

1. ถ้า $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $\sim p \vee \sim q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. ถ้า $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $\sim p \wedge \sim q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
3. ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \wedge \sim q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
4. ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4.4 ให้ p,q และ r เป็นประพจน์ใดๆ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นไม่จริง

1. ถ้า $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. ถ้า $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นจริงเท็จ แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
3. ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริงเท็จ แล้ว $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
4. ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริงเท็จ แล้ว $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4.5 ให้ p,q และ r เป็นประพจน์ใดๆ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริง

1. ถ้า $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. ถ้า $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
3. ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
4. ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

5.1 นิเสธของ "$2 < 4$" คือข้อใด

1. $2 > 4$ 2. $2 \neq 4$

3. $2 \geq 4$ 4. $2 \leq 4$

5.2 นิเสธของ $\sim p \rightarrow q$ คือข้อใด

1. $\sim q \rightarrow p$ 2. $\sim q \wedge \sim p$

3. $p \wedge \sim q$ 4. $p \rightarrow \sim q$

5.3 นิเสธของ "$5 \leq 3$ หรือ $5 \geq 3$" คือข้อใด

1. $5 > 3$ หรือ $5 < 3$ 2. $5 \geq 3$ หรือ $5 \leq 3$

3. $5 \geq 3$ และ $5 \leq 3$ 4. $5 > 3$ และ $5 \geq 3$

5.4 นิเสธของ $p \leftrightarrow q$ คือข้อใด

1. $\sim p \leftrightarrow \sim q$ 2. $\sim p \leftrightarrow q$

3. $\sim p \wedge \sim q$ 4. $p \wedge \sim q$

5.5 นิเสธของ $p \wedge q$ คือข้อใด

1. $p \vee q$ 2. $\sim p \wedge \sim q$

3. $\sim p \vee \sim q$ 4. $\sim p \rightarrow \sim q$

6.1 ให้ r,s,t เป็นประพจน์และ $(r \rightarrow t) \wedge [\sim (s \vee t)]$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u> จงหาว่า r,s และ t จะมีค่าความ<u>จริง</u>ตามลำดับดังในข้อใด

1. เท็จ เท็จ เท็จ 2. เท็จ เท็จ จริง

3. จริง จริง เท็จ 4. จริง เท็จ เท็จ

6.2 ให้ p,q,r,s เป็นประพจน์และ $(p \wedge r) \rightarrow (q \vee s)$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u> จงหา ว่า p,q,r และ s จะมีค่าความจริงตามลำดับดังในข้อใด

1. จริง จริง จริง จริง 2. จริง เท็จ จริง เท็จ

3. จริง จริง เท็จ เท็จ 4. จริง จริง เท็จ จริง

6.3 ให้ p,q,r เป็นประพจน์และ $(p \rightarrow r) \vee (\sim r \leftrightarrow \sim q)$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u> จงหาว่า p,q,r จะมีค่าความจริงตามลำดับดังในข้อใด

1. จริง จริง เท็จ 2. เท็จ เท็จ จริง

3. จริง เท็จ เท็จ 4. จริง เท็จ จริง

6.4 ให้ P,Q และ R เป็นประพจน์และ $P \rightarrow Q, R \vee \sim Q$ และ $\sim R$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u> จงหาว่า P,Q และ R จะมีค่าความจริงตามลำดับดังในข้อใด

1. เท็จ จริง เท็จ 2. จริง จริง เท็จ

3. จริง เท็จ เท็จ 4. เท็จ เท็จ เท็จ

6.5 ให้ P, Q และ R เป็นประพจน์และ $P \leftrightarrow R. \sim R \wedge \sim Q$ และ $\sim Q$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง จงหาว่า P, Q และ R จะมีค่าความจริงตามลำดับดังในข้อใด

1. จริง เท็จ เท็จ
2. เท็จ เท็จ เท็จ
3. จริง เท็จ จริง
4. เท็จ จริง จริง

7.1 ประพจน์แต่ละคู่ในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ข้อใดที่เป็นประพจน์ที่ไม่สมมูลกัน

1. $p \wedge q$ กับ $q \wedge p$
2. $p \vee q$ กับ $q \vee p$
3. $p \rightarrow q$ กับ $\sim p \vee q$
4. $q \rightarrow p$ กับ $\sim q \rightarrow \sim p$

7.2 ประพจน์แต่ละคู่ในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ข้อใดที่ไม่สมมูลกัน

1. $(p \wedge q) \wedge r$ กับ $p \wedge (q \wedge r)$
2. $(p \vee q) \vee r$ กับ $p \vee (q \vee r)$
3. $p \wedge (q \vee r)$ กับ $(p \wedge q) \vee r$
4. $p \vee (q \wedge r)$ กับ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

7.3 ประพจน์แต่ละคู่ในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ข้อใดที่เป็นประพจน์ที่ไม่สมมูลกัน

1. $p \rightarrow q$ กับ $\sim q \rightarrow \sim p$
2. $p \leftrightarrow q$ กับ $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
3. $\sim (p \rightarrow q)$ กับ $p \wedge \sim q$
4. $\sim (p \leftrightarrow q)$ กับ $p \leftrightarrow \sim q$

7.4 ประพจน์แต่ละคู่ในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ข้อใดที่เป็นประพจน์ที่ไม่สมมูลกัน

1. $p \wedge q$ กับ $q \wedge p$
2. $(p \vee q) \vee r$ กับ $p \vee (q \vee r)$
3. $p \wedge (q \vee r)$ กับ $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
4. $p \rightarrow q$ กับ $\sim p \rightarrow \sim q$

7.5 ประพจน์แต่ละคู่ในข้อต่อไปนี้ที่เป็นประพจน์ที่ไม่สมมูลกัน

1. $\sim (p \leftrightarrow q)$ กับ $q \leftrightarrow \sim p$
2. $\sim (p \leftrightarrow q)$ กับ $p \leftrightarrow \sim q$
3. $\sim (p \leftrightarrow q)$ กับ $(p \leftrightarrow \sim q) \vee (q \leftrightarrow \sim p)$
4. $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

8.1 ให้ P และ Q เป็นประพจน์, ประพจน์ $P \vee Q$ จะสมมูลกับประพจน์ในข้อใด

1. $\sim (p \wedge \sim q)$
2. $\sim q \rightarrow p$
3. $\sim p \rightarrow \sim q$
4. $q \rightarrow p$

8.2 ประพจน์ $[P \wedge (Q \vee \sim Q)] \rightarrow [(Q \vee R) \vee (P \wedge \sim P)]$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใด

1. $(P \rightarrow R) \vee Q$
2. $\sim P \rightarrow (\sim Q \wedge \sim R)$
3. $P \rightarrow (Q \wedge R)$
4. $(\sim Q \vee \sim R) \rightarrow \sim P$

8.3 ประพจน์ $P \rightarrow (Q \vee R)$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใด

1. $(Q \vee R) \rightarrow P$
2. $(Q \wedge R) \rightarrow P$
3. $\sim P \rightarrow (\sim Q \wedge \sim R)$
4. $(\sim Q \wedge \sim R) \rightarrow \sim P$

8.4 ประพจน์ $(P \to Q) \to R$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใด

1. $(\sim P \to R) \wedge (Q \to R)$ 2. $(P \wedge \sim Q) \to R$

3. $P \to (Q \to R)$ 4. $R \to (P \to Q)$

8.5 ประพจน์ $P \to (Q \to R)$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใด

1. $P \to (R \to Q)$ 2. $Q \to (P \to R)$

3. $Q \to (R \to P)$ 4. $R \to (P \to Q)$

9.1 ข้อความ "ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$ " สมมูลกับข้อความใด

1. ถ้า $a = 0$ หรือ $b = 0$ แล้ว $ab = 0$

2. ถ้า $a = 0$ และ $b = 0$ แล้ว $ab = 0$

3. ถ้า $ab \neq 0$ แล้ว $a \neq 0$ และ $b \neq 0$

4. ถ้า $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ แล้ว $ab \neq 0$

9.2 ประโยค " ถ้า $x \leq 2$ แล้ว $x^2 \geq 4$ " สมมูลกับข้อความใด

1. $x > 2$ หรือ $x^2 \geq 4$ 2. $x \leq 2$ หรือ $x^2 > 4$

3. $x > 2$ หรือ $x^2 < 4$ 4. $x \leq 2$ หรือ $x^2 < 4$

9.3 ประโยค " ถ้า $x + y < 1$ แล้ว $(x+y)^2 > 1$ " สมมูลกับข้อความใด

1. ถ้า $(x+y)^2 > 1$ แล้ว $x + y < 1$ 2. ถ้า $(x+y)^2 < 1$ แล้ว $x + y \geq 1$

3. ถ้า $(x+y)^2 \leq 1$ แล้ว $x + y \geq 1$ 4. ถ้า $(x+y)^2 \geq 1$ แล้ว $x + y \geq 1$

9.4 ประโยค " ถ้า $a \geq 0$ และ $b \geq 0$ แล้ว $ab \geq 0$ " สมมูลกับข้อความใด

1. ถ้า $ab \geq 0$ แล้ว $a \geq 0$ หรือ $b \geq 0$ 2. ถ้า $ab < 0$ แล้ว $a < 0$ หรือ $b < 0$

3. ถ้า $ab < 0$ แล้ว $a \geq 0$ หรือ $b \geq 0$ 4. ถ้า $ab \geq 0$ แล้ว $a < 0$ หรือ $b < 0$

9.5 ประโยค " ถ้า $ab < 0$ แล้ว $a < 0$ หรือ $b < 0$ " สมมูลกับข้อความใด

1. ถ้า $a \geq 0$ และ $b \geq 0$ แล้ว $ab \geq 0$ 2. ถ้า $a < 0$ และ $b < 0$ แล้ว $ab > 0$

3. ถ้า $a \geq 0$ และ $b \geq 0$ แล้ว $ab < 0$ 4. ถ้า $a < 0$ และ $b < 0$ แล้ว $ab \geq 0$

10.1 ประโยคที่มีค่าความจริงตรงกับ $p \to q$ คือ

1. $\sim p \to \sim q$ 2. $\sim q \to \sim p$

3. $q \to p$ 4. $\sim q \to p$

10.2 ประโยคที่มีค่าความจริงตรงกับ $\sim p \to q$ คือ

1. $\sim q \to p$ 2. $q \to p$

3. $\sim q \to \sim p$ 4. $q \to \sim p$

10.3 ประโยคที่มีค่าความจริงไม่ตรงกับ $\sim p \vee q$ คือ

1. $q \vee \sim p$ 2. $\sim q \rightarrow \sim p$

3. $p \rightarrow q$ 4. $q \rightarrow \sim p$

10.4 ประโยคที่มีค่าความจริงไม่ตรงกับ $p \vee \sim q$ คือ

1. $\sim q \vee p$ 2. $q \rightarrow p$

3. $p \rightarrow q$ 4. $\sim (q \wedge \sim p)$

10.5 ประโยคที่มีค่าความจริงตรงกับ $p \wedge \sim q$ คือ

1. $p \rightarrow q$ 2. $\sim (p \rightarrow q)$

3. $\sim p \rightarrow q$ 4. $\sim p \rightarrow \sim q$

11.1 ประพจน์ในข้อใดเป็นสัจนิรันดร์

1. $T \rightarrow R$ 2. $F \rightarrow P$

3. $P \rightarrow F$ 4. $T \rightarrow \sim P$

11.2 ประพจน์ในข้อใดเป็นสัจนิรันดร์

1. $P \vee F$ 2. $\sim P \vee F$

3. $P \vee T$ 4. $\sim P \vee \sim T$

11.3 ประพจน์ในข้อใดเป็นสัจนิรันดร์

1. $P \leftrightarrow \sim P$ 2. $p \rightarrow \sim P$

3. $P \wedge \sim P$ 4. $P \vee \sim P$

11.4. ประพจน์ในข้อใดไม่เป็นสัจนิรันดร์

1. $P \leftrightarrow P$ 2. $P \vee T$

3. $P \wedge P$ 4. $F \rightarrow P$

11.5 ประพจน์ในข้อใดเป็นสัจนิรันดร์

1. $(P \wedge \sim P) \rightarrow q$ 2. $(P \leftrightarrow \sim P) \vee F$

3. $(P \vee \sim P) \rightarrow q$ 4. $T \rightarrow (P \wedge \sim P)$

12.1 กำหนด $u = \{-1,0,1\}$ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริง

1. $\forall x[x^2 > 0]$ 2. $\forall x[x+1 > 0]$

3. $\exists x[x^2 < 0]$ 4. $\exists x[x-1 \geq 0]$

12.2 กำหนด $u = \{-1,0,1\}$ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริง

1. $\forall x[x^2 \geq 0]$ 2. $\forall x[x+1 > 0]$

3. $\exists x[x^2 < 0]$ 4. $\exists x[x-1 > 0]$

12.3 กำหนด $u = \{-1,0,1\}$ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $\forall x[x^2 > 0]$
2. $\forall x[x+1 > 0]$
3. $\exists x[x^2 \le 0]$
4. $\exists x[x-1 > 0]$

12.4 กำหนด $u = \{-1,0,1\}$ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $\forall x[x^2 > 0]$
2. $\forall x[x+1 \ge 0]$
3. $\exists x[x^2 < 0]$
4. $\exists x[x-1 > 0]$

12.5 กำหนด $u = \{-1,0,1\}$ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $\exists x[x^2 < 0]$
2. $\exists x[x+1 < 0]$
3. $\forall x[x-1 \le 0]$
4. $\forall x[x^2 > 0]$

13.1 กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ u เป็นเซตของจำนวนจริง ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $\exists x[\sqrt{x} = -x]$
2. $\exists x\left[\frac{1}{x} = 0\right]$
3. $\forall x\left[\frac{0}{x} = 0\right]$
4. $\forall x[x^2 - x - 2 = 0]$

13.2 กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ u เป็นเซตของจำนวนจริง ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น <u>จริง</u>

1. $\forall x[x^2 - 7x + 10 = 0]$
2. $\exists x\left[\frac{1}{x} = 0\right]$
3. $\forall x\left[\frac{0}{x} = 0\right]$
4. $\exists x[x^2 = -x]$

13.3 กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ u เป็นเซตของจำนวนจริง ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น <u>จริง</u>

1. $\exists x[x^2 < 0]$
2. $\forall x[x^2 > 0]$
3. $\exists x[x^2 \le 0]$
4. $\forall x[(x+1)^2 > 0]$

13.4 กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ u เป็นเซตของจำนวนจริง ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น <u>เท็จ</u>

1. $\forall x[x^2 \ge 0]$
2. $\exists x[x^2 < 0]$
3. $\forall x[x^2 - x - 6 = 0]$
4. $\exists x[x^2 = -x]$

13.5 กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ u เป็นเซตของจำนวนจริง ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น <u>เท็จ</u>

1. $\forall x[x + x = x^2]$
2. $\exists x[x^2 = x]$
3. $\exists x[x - x = x]$
4. $\forall x[(x-3)^2 \ge 0]$

14.1 ให้ $U = R$ ข้อความใดเป็น<u>เท็จ</u>

1. $\exists x[x+0=x]$ 2. $\forall x[x=x]$

3 $\exists x[x \neq 0]$ 4. $\exists x[x+1=x]$

14.2 ให้ $U = R$ ข้อความใดเป็น<u>เท็จ</u>

1. $\forall x[x+x=x^2]$ 2. $\exists x[x=x]$

3. $\forall x[x+0=x]$ 4. $\exists x[\sqrt{x^2}=x]$

14.3ให้เอกภพสัมพัทธ์คือ $\{1,2,3\}$ แล้วข้อความใดมีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u>

1. $\exists x[x+2>5]$ 2. $\forall x[x+2<5]$

3. $\exists x[x-3<0]$ 4. $\forall x[x^2+1>10]$

14.4ให้เอกภพสัมพัทธ์คือ $\{-2,-1,0,1,2\}$ แล้วข้อความใดมีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $\exists x[x^2=2x]$ 2. $\exists x[x+1=1]$

3. $\forall x[x^2>0]$ 4. $\exists x[x^2+1 \geq 4]$

14.5 ให้เอกภพสัมพัทธ์คือ $\{0,1,-1\}$ แล้วข้อความใดมีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

1. $\exists x[x^2=1]$ 2. $\forall x[x^2>0]$

3. $\forall x[x^2>0]$ 4. $\exists x[x^2=2x]$

15. 1 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $p \rightarrow q$

2. p

ผลควรเป็นข้อใดจึงสมเหตุสมผล

1. $\sim q$ 2. $\sim p$

3. q 4. $p \wedge \sim q$

15.2 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim q$

ควรจะสรุปผลอย่างไรจึงจะสมเหตุสมผล

1. q 2. $\sim p$

3. p 4. $p \vee q$

15.3 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $p \vee q$

2. $\sim p$

ควรจะสรุปผลอย่างไรจึงจะสมเหตุสมผล

1. q 2. $\sim q$

3. p 4. $p \wedge q$

15.4 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $p \vee q$

2. $\sim q$

ควรจะสรุปผลอย่างไรจึงจะสมเหตุสมผล

1. $p \wedge q$ 2. p

3. $\sim p$ 4. q

15.5 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $\sim p \vee q$

2. $\sim q$

ควรจะสรุปผลอย่างไรจึงจะสมเหตุสมผล

1. p 2. q

3. $\sim p$ 4. $p \wedge \sim q$

16.1 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $\sim p \rightarrow \sim q$

2. $q \vee r$

3. $\sim r$

ผลในข้อใดต่อไปนี้ทำให้การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผล

1. $p \rightarrow r$ 2. $q \rightarrow \sim p$

3. $q \rightarrow r$ 4. $\sim r \wedge p$

16.2 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $p \rightarrow (q \vee r)$

2. $\sim q \vee r$

3. $\sim r$

ผลในข้อใดต่อไปนี้ทำให้การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผล

1. $\sim p \rightarrow r$ 2. $p \rightarrow r$

3. $\sim q \rightarrow p$ 4. $\sim r \rightarrow p$

16.3 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $q \vee t$

2. $\sim t$

3. $\sim q \vee s$

ผลในข้อใดต่อไปนี้ทำให้การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผล

1. $q \rightarrow t$ 2. $q \rightarrow \sim s$

3. $q \wedge s$ 4. $s \rightarrow t$

16.4 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $q \rightarrow \sim p$

2. $q \vee t$

3. $\sim t$

ผลในข้อใดต่อไปนี้ทำให้การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผล

1. $p \vee q$ 2. $p \leftrightarrow q$

3. $q \rightarrow t$ 4. $t \vee p$

16.5 กำหนดให้ <u>เหตุ</u> 1. $\sim p \leftrightarrow \sim q$

2. $q \vee r$

3. $\sim r$

ผลในข้อใดต่อไปนี้ทำให้การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผล

1. $q \rightarrow r$ 2. $\sim p \wedge q$

3. $p \rightarrow r$ 4. $p \wedge \sim r$

17.1 <u>นิเสธ</u>ของข้อความ $\exists x[p(x) \wedge \sim Q(x)]$ คือข้อความในข้อใดต่อไปนี้

1. $\exists x[\sim p(x) \wedge Q(x)]$ 2. $\forall x[p(x) \vee Q(x)]$

3. $\exists x[\sim p(x) \vee Q(x)]$ 4. $\forall x[\sim p(x) \vee Q(x)]$

17.2 <u>นิเสธ</u>ของข้อความ $\forall x[\sim p(x) \wedge Q(x)]$ คือข้อความในข้อใดต่อไปนี้

1. $\forall x[p(x) \vee \sim Q(x)]$ 2. $\exists x[p(x) \vee \sim Q(x)]$

3. $\forall x[p(x) \vee \sim Q(x)]$ 4. $\exists x[p(x) \wedge Q(x)]$

17.3 <u>นิเสธ</u>ของข้อความ $\forall x[p(x) \rightarrow Q(x)]$ คือข้อความในข้อใดต่อไปนี้

1. $\forall x[\sim p(x) \rightarrow \sim Q(x)]$ 2. $\exists x[\sim Q(x) \rightarrow \sim p(x)]$

3. $\exists x[p(x) \wedge \sim Q(x)]$ 4. $\exists x[\sim p(x) \wedge \sim Q(x)]$

17.4 <u>นิเสธ</u>ของข้อความ $\exists x[\sim p(x) \rightarrow Q(x)]$ คือข้อความในข้อใดต่อไปนี้

1. $\forall x[\sim p(x) \wedge \sim Q(x)]$ 2. $\exists x[\sim p(x) \wedge \sim Q(x)]$

3. $\forall x[p(x) \wedge \sim Q(x)]$ 4. $\exists x[p(x) \vee \sim Q(x)]$

17.5 <u>นิเสธ</u>ของข้อความ $\forall x[\sim p(x) \rightarrow \sim Q(x)]$ คือข้อความในข้อใดต่อไปนี้

1. $\forall x[p(x) \vee \sim Q(x)]$ 2. $\exists x[\sim p(x) \wedge Q(x)]$

3. $\exists x[\sim p(x) \wedge \sim Q(x)]$ 4. $\exists x[p(x) \wedge Q(x)]$

18.1 พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

<u>เหตุ</u> 1. $p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)$

2. q

3. r

ควรสรุปผลข้อใดจึงสมเหตุสมผล

1. $\sim r \wedge p$ 2. $\sim p \wedge r$

3. $q \leftrightarrow p$ 4. $r \rightarrow p$

18.2 พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

<u>เหตุ</u> 1. $p \to (q \vee r)$

2. $\sim q$

3. $\sim r$

ควรสรุปผลข้อใดจึงสมเหตุสมผล

1. $p \to r$ 2. $p \to q$

3. $\sim r \to q$ 4. $p \leftrightarrow \sim q$

18.3 พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

<u>เหตุ</u> 1. $(p \wedge q) \to r$

2. $\sim (r \vee s)$

3. $\sim q$

ควรสรุปผลข้อใดจึงสมเหตุสมผล

1. $q \to p$ 2. $p \to r$

3. $p \wedge r$ 4. $q \vee r$

18.4 พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

<u>เหตุ</u> 1. $(p \vee q) \to r$

2. $\sim r \wedge s$

3. $\sim p$

ควรสรุปผลข้อใดจึงสมเหตุสมผล

1. $p \wedge r$ <u>2</u>. $q \leftrightarrow r$

3. $s \to p$ 4. $q \leftrightarrow T$

19.1 ประพจน์ $\sim p \to (q \to (r \vee p))$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

1. $(\sim p) \vee q \vee r$ <u>2</u>. $p \vee (\sim q) \vee r$

3. $p \vee q \vee (\sim r)$ 4. $p \vee (\sim q) \vee \sim r$

19.2 ประพจน์ $\sim p \to (\sim q \to (r \vee p))$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

1. $(\sim p) \vee q \vee r$ 2. $p \vee (\sim q) \vee r$

<u>3</u>. $p \vee q \vee r$ 4. $p \vee (\sim q) \vee \sim r$

19.3 ประพจน์ $\sim p \to (q \to (\sim r \vee p))$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

<u>1</u>. $p \vee \sim q \vee \sim r$ 2. $p \vee \sim q \vee r$

3. $\sim p \vee q \vee \sim r$ 4. $p \vee q \vee \sim r$

19.4 ประพจน์ $p \to (q \to (r \vee \sim p))$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

1. $\sim p \vee q \vee \sim r$
2. $\sim p \vee q \vee r$
3. $\sim p \vee \sim q \vee \sim r$
4. $\sim p \vee \sim q \vee r$

19.5 ประพจน์ $p \to (\sim q \to (r \vee \sim p))$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

1. $p \vee \sim q \vee r$
2. $\sim p \vee q \vee r$
3. $\sim p \vee \sim q \vee r$
4. $\sim p \vee \sim q \vee r$

20.1 กำหนด p,q,r เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ <u>ไม่เป็น</u> สัจนิรันดร์

1. $[p \vee (q \wedge r)] \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$
2. $(p \to q) \leftrightarrow \sim p \vee q$
3. $p \vee \sim p$
4. $(p \to q) \leftrightarrow (q \to p)$

20.2. กำหนด p,q,r เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ <u>ไม่เป็น</u> สัจนิรันดร์

1. $[p \vee (q \wedge r)] \vee \sim [p \wedge (q \wedge r)]$
2. $\sim [p \vee (q \vee r)] \vee [p \vee (q \vee r)]$
3. $[p \to (q \vee r)] \vee \sim [p \to (q \vee r)]$
4. $[p \to (q \vee r)] \leftrightarrow [\sim p \vee (q \vee r)]$

20.3 กำหนด p,q,r เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ <u>ไม่เป็น</u> สัจนิรันดร์

1. $[(p \vee q) \to r] \leftrightarrow [r \vee (\sim p \wedge \sim q)]$
2. $[(p \wedge q) \to r] \leftrightarrow [r \to (\sim p \vee \sim q)]$
3. $[(p \wedge q) \to r] \leftrightarrow [\sim p \vee \sim q \vee \sim r]$
4. $[(p \vee q) \to r] \leftrightarrow [(\sim r) \to (\sim p \wedge \sim q)]$

20.4 กำหนด p,q,r เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็น สัจนิรันดร์

1. $[p \to \sim (q \to p)] \leftrightarrow \sim p \vee (\sim p \wedge q)$
2. $[p \to \sim (q \to p)] \leftrightarrow \sim [p \to \sim (q \to p)]$
3. $[p \to \sim (q \to p)] \leftrightarrow [\sim p \vee (p \vee q)]$
4. $[p \to \sim (q \to p)] \leftrightarrow [p \to \sim (p \wedge q)]$

20.5 กำหนด p,q,r เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็น สัจนิรันดร์

1. $[(p \wedge \sim q) \to (q \vee r)] \leftrightarrow \sim [(p \wedge \sim q) \to (q \vee r)]$
2. $[(p \wedge \sim q) \to (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee (q \vee r)]$
3. $[(p \wedge \sim q) \to (q \vee r)] \leftrightarrow [p \to (q \vee r)]$
4. $[(p \wedge \sim q) \to (q \vee r)] \leftrightarrow [(q \vee r) \to (p \wedge \sim q)]$

แบบทดสอบเรื่องเมทริกซ์

1.1 กำหนด $A=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 0\\ 3 & 1 & -2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\\ -1 & 3\end{bmatrix}$ จงหาค่า $2a_{12} - 3b_{22}$

1. -1 2. 1 3. 3 4. 7

1.2 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 3\\ 0 & 4 & -5\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}3 & 4\\ -1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ จงหาค่า $3a_{22} - 2b_{12}$

1. 4 2. - 5 3. 6 4. 14

1.3 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 2 & 5\\ -2 & 4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ -3 & 2 & 4\end{bmatrix}$ จงหาค่า $2a_{21} - 3b_{12}$

1. 1 2. 4 3. 5 4. – 13

1.4 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}3 & -1 & 2\\ 0 & 4 & -4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}5 & -2\\ 1 & 2\\ -3 & 4\end{bmatrix}$ จงหาค่า $4a_{11} - 3b_{21}$

1. -2 2. 18 3. 9 4. 4

1.5 กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}2 & 4 & -5\\ 3 & -1 & 0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 1 & -1\\ 2 & 4\end{bmatrix}$ จงหาค่า $3a_{12} - 2b_{11}$

1. 6 2. 3 3. 15 4. 18

2.1 กำหนดให้ $\begin{bmatrix}3a & 2\\ 3d & b-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a-2 & b\\ d+b & 2c-5\end{bmatrix}$ จงหาค่า 2a + c

1. 1 2. -1 3. 0 4. 4

2.2 กำหนดให้ $\begin{bmatrix}a & b-3\\ b+c & 2d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 2a+1\\ 10 & d-1\end{bmatrix}$ จงหาค่า 2c + d

1. 1 2. -1 3. -2 4. 4

2.3 กำหนดให้ $\begin{bmatrix} 2a & 3 \\ b+c & 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-1 & c \\ 5 & b+d \end{bmatrix}$ จงหาค่า a + 2d

1. 3 2. 5 3. -1 4. 0

2.4 กำหนดให้ $\begin{bmatrix} a+3 & b+c \\ 2c & d-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 3 \\ -4 & b+1 \end{bmatrix}$ จงหาค่า 3a - d

1. -1 2. 1 3. 0 4. -3

2.5 กำหนดให้ $\begin{bmatrix} a-4 & b-c \\ 2b & d+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a & c+1 \\ 6 & a-1 \end{bmatrix}$ จงหาค่า c + 2d

1. 5 2. 6 3. - 7 4. - 9

3.1 $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ให้แล้ว $A^t - 2B + C^t$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$

3.2 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, C \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว $A^T + 2B - C^T$

1. $\begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

3.3 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, C \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ แล้ว $2A^T - B + C^T$

1. $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

3.4 ให้ $A^T - 3B + C^T$ $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$, $C \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$

3.5 ให้ $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $C \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว $A^T - B + 2C^T$

1. $\begin{bmatrix} -5 & 5 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$

4.1 ให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์ในข้อใดหาค่าไม่ได้

1. AB 2. BA 3. AC 4. BC^T

4.2 ให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 4 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์ในข้อใดหาค่าไม่ได้

1. AB 2. AC^T 3. B^TA^T 4. CA

4.3 ให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์ในข้อใดหาค่าไม่ได้

1. AB 2. C^TA 3. CB 4. BC^T

4.4 ให้ $A=\begin{bmatrix}2 & 0\\ -1 & 4\\ 1 & 1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3 & -1 & 4\\ 2 & 2 & 4\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}3 & -2\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ เมตริกซ์ในข้อใดหาค่าไม่ได้

1. A^TC 2. C^TB 3. AB 4. BA

4.5 ให้ $A=\begin{bmatrix}3 & -4 & 1\\ 0 & 3 & 0\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 4 & 3\\ 1 & 1\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 2 & 4\end{bmatrix}$ เมตริกซ์ในข้อใดหาค่าไม่ได้

1. B^TC 2. C^TA 3. AB 4. CA

5.1 ให้ $A=\begin{bmatrix}2 & -2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ 4 & 2 & 3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ 0 & 3 & 2\end{bmatrix}$ ค่าของ AB^T ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix}13 & 2\\ 6 & 0\\ 5 & 16\end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix}13 & 0\\ 5 & -3\\ 5 & 12\end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix}13 & 6 & 5\\ 2 & 0 & 16\end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix}13 & 5 & 5\\ 0 & -3 & 12\end{bmatrix}$

5.12 $A=\begin{bmatrix}3 & -1 & 2\\ 0 & 3 & 4\\ -2 & 2 & 5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 3\\ 4 & 1 & -2\end{bmatrix}$ ให้ ค่าของ AB^T ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix}1 & 18 & 21\\ 7 & -5 & -16\end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix}1 & 17 & 14\\ 7 & -1 & -16\end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix}1 & 7\\ 18 & -5\\ 21 & -16\end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix}1 & 7\\ 17 & -1\\ 14 & -16\end{bmatrix}$

5.3 ให้ $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 4 & -1 & 0\\ 2 & -2 & 5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3 & -2 & 2\\ 5 & 0 & 1\end{bmatrix}$ ค่าของ AB^T ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 14 & 20 \\ 20 & 15 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 16 & 20 \\ 20 & 13 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} -7 & 14 & 20 \\ 2 & 20 & 15 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} -7 & 16 & 20 \\ 4 & 20 & 13 \end{bmatrix}$

5.4 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ ค่าของ $A^{-}B$ ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} 2 & -7 & 4 \\ 10 & 34 & 18 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 0 & -12 & 2 \\ 10 & 34 & 15 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 2 & 10 \\ -7 & 34 \\ 4 & 18 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -12 & 34 \\ 2 & 15 \end{bmatrix}$

5.5 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ค่าของ $A^{T}B$ ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} 11 & 1 & -7 \\ 3 & 24 & -4 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 11 & 1 & -6 \\ 0 & 27 & 3 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 11 & 3 \\ 1 & 24 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 11 & 0 \\ 1 & 27 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$

6.1 A , B , C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $A + (B + C) = (A + B) + C$
2. $(AB)C = A(BC)$
3. $(A + B)^{T} = A^{T} + B^{T}$
4. $(AB)^{T} = A^{T}B^{T}$

6.2 A , B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ และ K เป็นสเกลาร์ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. K(A + B) = KA + KB
2. K(AB) = (KA).B
3. A+B = B + A
4. A.B = B.A

6.3 A , B ,C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ และ K เป็นสเกลาร์ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. K(A + B) = KA + KB
2. K(AB) = (KA).(KB)
3. A(B+C) = AB + AC
4. (A+B)C = AC + BC

6.4 A , B ,C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ และ K เป็นสเกลาร์ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. K(AB) = (KA) . B
2. (B+C)A = AB + AC
3. (AB)C = A(BC)
4. $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$

6.5 A , B เป็นเมตริกซ์ใด ๆ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. A + (-A) = (-A) + A = 0
2. A + B = B + A
3. AB = BA
4. $(AB)^T = B^T \cdot A^T$

7.1 กำหนดให้ C = [1 - 2] $C \cdot C^T$ แล้ว คือ

1. [5]
2. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix}$

7.2 กำหนดให้ A = $\begin{bmatrix} 2, & -3 \end{bmatrix}$ แล้ว $A.A^T$ คือข้อใด

1 $[13]$ 2 $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 4 & 9 \end{bmatrix}$

7.3 กำหนดให้ A = $\begin{bmatrix} -3, & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว $A.A^T$ คือข้อใด

1 $[10]$ 2 $\begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 9 & 1 \end{bmatrix}$

7.4 กำหนดให้ A = $\begin{bmatrix} 3, & -4 \end{bmatrix}$ แล้ว $A.A^T$ คือข้อใด

1 $[25]$ 2 $\begin{bmatrix} 9 & -12 \\ -12 & 16 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 9 \\ 16 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 9 & 16 \end{bmatrix}$

7.5 กำหนดให้ A = $\begin{bmatrix} -2, & 4 \end{bmatrix}$ แล้ว $A.A^T$ คือข้อใด

1 $[20]$ 2 $\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ -8 & 16 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 4 & 16 \end{bmatrix}$

8.1 ถ้า $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \end{bmatrix} + B = \underline{0}$ แล้ว จงหาเมตริกซ์ B

1. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

8.2 ถ้า $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \end{bmatrix} + B = \underline{0}$ จงหา B

1 $\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -6 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $\underline{2}$ $\begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & -4 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} 3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} -3 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$

8.3 ถ้า $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} + B = \underline{0}$ จงหา B

$\underline{1}$ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 8 \\ -2 & 0 & -4 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} -4 & 0 & -8 \\ 2 & 0 & -4 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} -4 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -4 & 4 \end{bmatrix}$

8.4 ถ้า $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \end{bmatrix} + B = \underline{0}$ จงหา B

1 $\begin{bmatrix} 8 & 0 & -2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 12 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ $\underline{2}$ $\begin{bmatrix} -8 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & -1 \\ -12 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} -8 & -4 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

8.5 ถ้า $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \end{bmatrix} + B = \underline{0}$ จงหา B

1 $\begin{bmatrix} 6 & 0 & -9 \\ -4 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 9 \\ 4 & 0 & -6 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} -6 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & -6 & 3 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

9.1 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา A^2

1 $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

9.2 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา A^2

1 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -15 & 16 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -15 & 13 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

9.3 ให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ จงหา A^2

1 $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -5 & 8 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$

9.4 ให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ จงหา A^2

1 $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$

9.5 ให้ $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา A'

1 $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 16 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 16 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 17 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 17 \end{bmatrix}$

10.1 ถ้า $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ X & X & X \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4$ แล้ว X มีค่าเท่าใด

1. 1 2. -1 3. 2 4. 2

10.2 ถ้า $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ x & x & x \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 6$ แล้ว X มีค่าเท่าใด

1. 2 2. –2 3. 3 4. –3

10.3 ถ้า $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 2 \\ x & x & x \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 13$ แล้ว X มีค่าเท่าใด

1. 1 2. –1 3. 13 4. –13

10.4 ถ้า $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ x & x & x \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -6$ แล้ว X มีค่าเท่าใด

1. 1 2. –1 3. 2 4. –2

10.5 ถ้า $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ x & x & x \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 12$ แล้ว X มีค่าเท่าใด

1. -2 2. 2 3. 4 4. –4

11.1 จงหาค่าของ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

1. 11 2. 12 3. 15 4. 16

11.2 จงหาค่าของ $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

1. - 38 2. - 32 3. - 31 4. - 30

11.3 จงหาค่าของ $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$

1. 21 2. 25 3. 27 4. 28

11.4 จงหาค่าของ $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

1. -9 2. 5 3. 6 4. 10

11.5 จงหาค่าของ $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

1. 19 2. 23 3. 25 4. 32

12..1 $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$ จงหา $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

1. -1 2. $-\frac{1}{6}$ 3. $-\frac{1}{2}$ 4. $-\frac{1}{3}$

12.2 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ จงหา $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

1. 0 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{25}{2}$ 4. 5

12.3 $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$ จงหา $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

1. $-\frac{7}{10}$ 2. $-\frac{1}{10}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{1}{6}$

12.4 $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$ จงหา $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

1. $-\frac{2}{13}$ 2. $-\frac{1}{3}$ 3. $-\frac{2}{15}$ 4. $\frac{1}{15}$

12.5 $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$ จงหา $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{15}$ 3. -1 4. 2

13.1 $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & -3 & 0 \\ 5 & 2 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -6 2. -1 3. 0 4. 6

13.2 $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -24 2. 0 3. 2 4. 8

13.3 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 0 2. 10 3. 24 4. 30

13.4 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 0 2. 4 3. 18 4. -3

13.5 $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 6 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 9 2. 0 3. -13 4. -30

14..1 ข้อใดต่อไปนี้ <u>ผิด</u>

1. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0$ 2. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0$

3. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2a & 2b & 2c \end{vmatrix} = 0$

4. $\begin{vmatrix} 2a & b & c \\ d & 2e & f \\ g & h & 2i \end{vmatrix} = 0$

14.2 ข้อใดต่อไปนี้ ผิด

1. $\begin{vmatrix} a & p & a \\ b & q & b \\ c & r & c \end{vmatrix} = 0$

2. $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = 0$

3. $\begin{vmatrix} a & p & ka \\ b & q & kb \\ c & r & kc \end{vmatrix} = 0$

4. $\begin{vmatrix} a & p & 0 \\ b & q & 0 \\ c & r & 0 \end{vmatrix} = 0$

14.3 ข้อใด ถูก

1. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$

2. $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 2d & 2e & 2f \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = abc$

4. $\begin{vmatrix} 2a & b & c \\ d & 2e & f \\ g & h & 2i \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

14.4 ข้อใด ถูก

1. $\begin{vmatrix} a & 0 & c \\ d & 1 & f \\ g & 0 & i \end{vmatrix} = 0$

2. $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{vmatrix} = 0$

3. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix} = 8\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$

14.5 ข้อใด ผิด

1. $\begin{vmatrix} p & m & 2p \\ q & n & 2q \\ r & s & 2r \end{vmatrix} = 0$

2. $\begin{vmatrix} p & m & m \\ q & n & n \\ r & r & r \end{vmatrix} = 0$

3. $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{vmatrix} = 0$

4. $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

15..1 ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด 3x3 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\det(A^3) = 3\det(A)$
2. $\det(2A) = 8\det(A)$
3. $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$
4. $\det(AB) = \det(A) - \det(B)$

15.2 ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด 3x3 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\det(A^2) = [\det(A)]^2$
2. $\det(3A) = 9\det(A)$
3. $\det(A+B) = \det(A) + \det B$
4. $\det(AB) = \det(A) + \det B$

15.3 ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด 3x3 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\det(A^2) = 2\det(A)$
2. $\det(A-B) = \det(A) - \det(B)$
3. $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$
4. $\det(3A) = 27\det(A)$

15.4 ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด 3x3 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$
2. $\det(A-B) = \det(A) - \det(B)$
3. $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
4. $\det(4A) = 16\det(A)$

15.5 ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด 3x3 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\det(A^4) = 4\det(A)$
2. $\det(3A) = 27\det(A)$
3. $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$
4. $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$

16.1 จงหาค่า A จาก $A\times\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 4\end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix}0 & 2\\2 & 0\end{bmatrix}$

16.2 จงหาค่า A จาก $A\times\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 6\end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix}0 & 2\\2 & 0\end{bmatrix}$

16.3 จงหาค่า A จาก $A\times\begin{bmatrix}0 & 2\\1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 6\\3 & 0\end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix}3 & 0\\0 & 3\end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix}0 & 3\\3 & 0\end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

16.4 จงหาค่า A จาก $A\times\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 0\\0 & 9\end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix}3 & 0\\0 & 3\end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix}0 & 3\\3 & 0\end{bmatrix}$

16.5 จงหาค่า A จาก $A\times\begin{bmatrix}0 & 3\\4 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 6\\8 & 0\end{bmatrix}$

1. $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix}0 & 2\\2 & 0\end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}$

17.1 ให้ A = $\begin{bmatrix}4 & -1\\2 & 3\end{bmatrix}$ และ $A^{-1}=\begin{bmatrix}a & b\\c & d\end{bmatrix}$

แล้ว c+d มีค่าเท่าใด

1. $\frac{1}{14}$ 2. $\frac{5}{14}$ 3. $\frac{3}{7}$ 4. $\frac{1}{7}$

17.2 ให้ A = $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ และ $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

แล้ว a+b มีค่าเท่าใด

1. $\frac{5}{11}$ 2. $\frac{3}{11}$ 3. $\frac{1}{11}$ 4. $\frac{2}{11}$

17.3 ให้ A = $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ และ $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

แล้ว a+c มีค่าเท่าใด

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{3}{4}$ 3. $\frac{1}{8}$ 4. $\frac{5}{8}$

17.4 ให้ A = $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ และ $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

แล้ว c+d มีค่าเท่าใด

1. $\frac{1}{12}$ 2. $\frac{1}{6}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $\frac{1}{4}$

17.5 ให้ A = $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ และ $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

แล้ว b+d มีค่าเท่าใด

1. $\frac{3}{11}$ 2. $\frac{4}{11}$ 3. $\frac{5}{11}$ 4. $-\frac{2}{11}$

18.1 กำหนดให้ $A + \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

1. $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

18.2 กำหนดให้ $A+\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

1. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$

18.3 กำหนดให้ $A+\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

1. $\begin{bmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

18.4 กำหนดให้ $A+\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

1. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$

18.5 กำหนดให้ $A+\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา A^{-1}

1. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} -\frac{3}{10} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

19.1 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$2x-y=8$$
$$x+2z=7$$
$$x+2y-3z=-7$$

ค่าของ x มีค่าเท่าใด

1. -1 2. 2 3. 3 4. -4

19.2 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$2x+3z=8$

$x-y+2z=3$

$3x-z=-10$

ค่าของ y มีค่าเท่าใด

1. -2 2. 3 3. 4 4. 0

19.3 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$3x-y=12$

$2y+3z=-3$

$x+3y-z=-7$

ค่าของ z มีค่าเท่าใด

1. 1 2. 2 3. -3 4. 4

19.4 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$x-3z=5$

$2x+y=1$

$3x-2y+z=11$

ค่าของ x มีค่าเท่าใด

1. 0 2. 1 3. 2 4. -3

19.5 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$2x+3z=7$

$x-2y+z=-2$

$x+y-2z=10$

ค่าของ z มีค่าเท่าใด

1. 1 2. -1 3. 2 4. 3

20.1 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$3x-y+2z=-1$

$x+2y-2z=5$

$2x-y-z=4$

ค่าของ x−z มีค่าเท่าใด

1. 1 2. -1 3. 2 4. -2

20.2 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$x-2y+3z=4$$
$$2x+y-z=-3$$
$$3x-y+2z=1$$

ค่าของ y−z มีค่าเท่าใด

1. 3 2. -3 3. 4 4. 5

20.2 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$2x-y+2z=11$$
$$x+3y+z=2$$
$$x-2y-z=1$$

ค่าของ x−y มีค่าเท่าใด

1. 0 2. 1 3. -2 4. 3

20.3 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$x-3y+2z=10$$
$$2x+y-2z=-5$$
$$3x-y+z=7$$

ค่าของ x−z มีค่าเท่าใด

1. 3 2. 4 3. 6 4. -5

20.4 จากสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

$$2x-y-3z=3$$
$$x+3y+2z=-2$$
$$3x-2y+z=11$$

ค่าของ x+y มีค่าเท่าใด

1. 0 2. 2 3. -3 4. 4

แบบทดสอบความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 20 × 5 มีดังนี้

1.1 ข้อใดไม่ใช่ฟังก์ชัน

1. $\{(1,2),(2,4),(3,6)\}$
2. $\{(1,1),(2,1),(3,3)\}$
3. $\{(x,y)/y=x^2\}$
4. $\{(x,y)/x=|y|\}$

1.2 ข้อใดไม่ใช่ฟังก์ชัน

1. $\{(1,1),(2,4),(3,9)\}$
2. $\{(2,3),(3,3).(4,4)\}$
3. $\{(x,y)/y=5x-1\}$
4. $\{(x,y)/x^2+y^2=4\}$

1.3. ข้อใดไม่ใช่ฟังก์ชัน

1. $\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$
2. $\{(1,4),(2,5).(3,4)\}$
3. $\{(x,y)/y^2=x\}$
4. $\{(x,y)/y=2x^2+1\}$

1.4 ข้อใดไม่ใช่ฟังก์ชัน

1. $\{(2,1),(3,2),(4,2)\}$
2. $\{(1,3),(2,4).(2,6)\}$
3. $\{(x,y)/y=x^3-x^2\}$
4. $\{(x,y)/y=|x|\}$

1.5 ข้อใดไม่ใช่ฟังก์ชัน

1. $\{(1,3),(1,4),(3,2)\}$
2. $\{(1,2),(1,3),(3,3)\}$
3. $\{(x,y)/y=x^2+4\}$
4. $\{(x,y)/y=2\}$

2.1 $f=\{(x,y)/y=2x-3\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $D_f=R$
2. $R_f=R$
3. $(1,1)$ เป็นจุดที่อยู่บนกราฟ
4. $f^{-1}=\left\{(x,y)/y=\frac{x+3}{2}\right\}$

2.2 $f=\{(x,y)/y=3x+4\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $D_f=R$
2. $R_f=R$
3. $(-1,1)$ เป็นจุดที่อยู่บนกราฟ
4. $f^{-1}=\left\{(x,y)/y=\frac{x-3}{4}\right\}$

2.3 $f=\{(x,y)/y=5x-1\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $D_f=R^+$
2. $R_f=R$
3. $(1,4)$ เป็นจุดที่อยู่บนกราฟ
4. $f^{-1}=\left\{(x,y)/y=\frac{x+1}{5}\right\}$

2.4 $f=\{(x,y)/y=4x+1\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $D_f=R$
2. $R_f=R^+$
3. $(1,5)$ เป็นจุดที่อยู่บนกราฟ
4. $f^{-1}=\left\{(x,y)/y=\frac{x-1}{4}\right\}$

2.5 $f=\{(x,y)/y=3x-2\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $D_f=R$
2. $R_f=R$
3. $(2,3)$ เป็นจุดที่อยู่บนกราฟ
4. $f^{-1}=\left\{(x,y)/y=\frac{x+2}{3}\right\}$

3.1 ให้ $f=\{(x,y)/y=2x\}$

$g=\{(x,y)/y=x^2+1\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $gof=\{(x,y)/y=4x^2+1\}$
2. $fog=\{(x,y)/y=2x^2+2\}$
3. $fof=\{(x,y)/y=4x\}$
4. $gog=\{(x,y)/y=x^4+2\}$

3.2 ให้ $f=\{(x,y)/y=3x\}$

$g=\{(x,y)/y=x^2+2\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $gof=\{(x,y)/y=3x^2+2\}$
2. $fog=\{(x,y)/y=3x^2+6\}$
3. $fof=\{(x,y)/y=9x\}$
4. $gog=\{(x,y)/y=x^4+4x^2+6\}$

3.3 ให้ $f=\{(x,y)/y=4x\}$

$g=\{(x,y)/y=x^2+3\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $gof=\{(x,y)/y=8x^2+3\}$
2. $fog=\{(x,y)/y=4x^2+12\}$
3. $gog=\{(x,y)/y=x^4+6x^2+12\}$
4. $fof=\{(x,y)/y=16x\}$

3.4 ให้ $f=\{(x,y)/y=3x\}$

$g=\{(x,y)/y=x^2+4\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $gof=\{(x,y)/y=9x^2+4\}$
2. $fog=\{(x,y)/y=3x^2+12\}$
3. $gog=\{(x,y)/y=x^4+20\}$
4. $fof=\{(x,y)/y=9x\}$

3.5 ให้ $f=\{(x,y)/y=5x\}$

$g=\{(x,y)/y=x^2+4\}$ ข้อใดไม่ถูกต้อง

1. $gof=\{(x,y)/y=25x^2+4\}$
2. $fog=\{(x,y)/y=5x^2+4\}$
3. $gog=\{(x,y)/y=x^4+8x^2+20\}$
4. $fof=\{(x,y)/y=25x\}$

4.1 รูปอย่างง่ายของ $\dfrac{4^{2n}+3\cdot 2^{4n}}{2^{n+1}}$ ตรงกับข้อใด

1. $2\cdot 4^{2n}$ 2. $2\cdot 2^{3n}$ 3. $2\cdot 2^{4n}$ 4. $4\cdot 2^{2n}$

4.2 รูปอย่างง่ายของ $\dfrac{3^{3n}+27^{n+1}}{7\cdot 3^{2n}}$ ตรงกับข้อใด

1. $4\cdot 3^{n}$ 2. $2\cdot 3^{3n}$ 3. $4\cdot 3^{2n}$ 4. $3\cdot 3^{n}$

4.3 รูปอย่างง่ายของ $\dfrac{5\cdot 2^{2n}-2^{2n}}{2^{n+2}}$ ตรงกับข้อใด

1. 2^{n} 2. $3\cdot 2^{n}$ 3. $3\cdot 2^{2n}$ 4. $2\cdot 2^{2n}$

4.4 รูปอย่างง่ายของ $\dfrac{5\cdot 3^{2n}+3^{2n}}{3^{n+1}}$ ตรงกับข้อใด

1. 3^{n} 2. $2\cdot 3^{n}$ 3. 3^{2n} 4. $2\cdot 3^{2n}$

4.5 รูปอย่างง่ายของ $\dfrac{4\cdot 3^{2n}-3^{2n}}{3^{n+1}}$ ตรงกับข้อใด

1. 3^{n} 2. 3^{2n} 3. $3\cdot 3^{n}$ 4. $2\cdot 3^{2n}$

5.1 ตัวประกอบของ $3\cdot 2^{2n}-2\cdot 2^{n}-1$ ตรงกับข้อใด

1. $(3\cdot 2^{n}+1)(2^{n}-1)$
2. $(3\cdot 2^{n}-1)(2^{n}+1)$
3. $(3\cdot 2^{n}-1)(3\cdot 2^{n}+1)$
4. $(3\cdot 2^{n}+1)(2\cdot 2^{n}-1)$

5.2 ตัวประกอบของ $2\cdot 2^{2n}-3\cdot 2^{n}+1$ ตรงกับข้อใด

1. $(2\cdot 2^{n}-1)(2^{n}+1)$
2. $(2\cdot 2^{n}-1)(2\cdot 2^{n}-1)$
3. $(2\cdot 2^{n}-1)(2^{n}-1)$
4. $(2^{n}+1)(2\cdot 2^{n}+1)$

5.3 ตัวประกอบของ $5\cdot 2^{2n}+6\cdot 2^{n}+1$ ตรงกับข้อใด

1. $(5\cdot 2^{n}+1)(2^{n}+1)$
2. $(5\cdot 2^{n}+1)(2^{n}-1)$
3. $(5\cdot 2^{n}-1)(2^{n}+1)$
4. $(5\cdot 2^{n}-1)(2^{n}-1)$

5.4 ตัวประกอบของ $2\cdot 3^{2n}-3^{n}-1$ ตรงกับข้อใด

1. $(2\cdot 3^{n}-1)(3^{n}-1)$
2. $(2\cdot 3^{n}-1)(3^{n}+1)$
3. $(2\cdot 3^{n}+1)(3^{n}-1)$
4. $(2\cdot 3^{n}+1)(3^{n}+1)$

5.5 ตัวประกอบของ $3\cdot 3^{2n}+2\cdot 3^{n}-1$ ตรงกับข้อใด

1. $(3\cdot 3^{n}+1)(3^{n}+1)$
2. $(3\cdot 3^{n}-1)(3^{n}+1)$
3. $(3\cdot 3^{n}+1)(3^{n}-1)$
4. $(3\cdot 3^{n}-1)(3^{n}-1)$

6.1 ค่าของ $3\sqrt{27}-\sqrt{48}+\sqrt{75}$ ตรงกับข้อใด

1. $5\sqrt{3}$
2. $10\sqrt{3}$
3. $18\sqrt{3}$
4. $7\sqrt{3}$

6.2 ค่าของ $2\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{98}$ ตรงกับข้อใด

1. $4\sqrt{2}$
2. $3\sqrt{2}$
3. $\sqrt{2}$
4. $5\sqrt{2}$

6.3 ค่าของ $4\sqrt{20}+2\sqrt{45}-\sqrt{80}$ ตรงกับข้อใด

1. $8\sqrt{5}$
2. $10\sqrt{5}$
3. $12\sqrt{5}$
4. $3\sqrt{5}$

6.4 ค่าของ $3\sqrt{72}-\sqrt{32}+\sqrt{50}$ ตรงกับข้อใด

1. $10\sqrt{2}$
2. $15\sqrt{2}$
3. $19\sqrt{2}$
4. $8\sqrt{2}$

6.5 ค่าของ $5\sqrt{12}-\sqrt{108}+\sqrt{48}$ ตรงกับข้อใด

1. $3\sqrt{3}$ 2. $5\sqrt{3}$ 3. $6\sqrt{3}$ 4. $8\sqrt{3}$

7.1 จากสมการ $5\cdot 3^{x}=45$ ค่าของ $2x+1$ มีค่าเท่าใด

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5

7.2 จากสมการ $2^{4x}=\frac{1}{8}$ ค่าของ x มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{3}{4}$ 2. $\frac{4}{3}$ 3. $\frac{-3}{4}$ 4. $\frac{-4}{3}$

7.3 จากสมการ $2^{3x}=2\sqrt{2}$ ค่าของ x +1 มีค่าตรงกับข้อใด

1. 0 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{3}{2}$ 4. $\frac{5}{2}$

7.4 จากสมการ $3^{2x}=9\sqrt{3}$ ค่าของ x-1 มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{3}{4}$ 3. $\frac{5}{4}$ 4. $\frac{4}{5}$

7.5 จากสมการ $5^{5x}=25\sqrt{5}$ ค่าของ 2x- 1 มีค่าตรงกับข้อใด

1. 0 2. 1 3. -1 4. 2

8.1 คำตอบของสมการ $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2x+8}=\left(\frac{1}{4}\right)^{x+12}$ ตรงกับข้อใด

1. –2, 2 2. –1, 1 3. 4, -4 4. 0

8.2 คำตอบของสมการ $3^{x^2-3x+4}=3^{x+9}$ ตรงกับข้อใด

1. 2, -4 2. -2, 4 3. 1, -5 4. -1, 5

8.3 คำตอบของสมการ $4^{x^2-3x}=\frac{1}{16}$ ตรงกับข้อใด

1. 1, 2 2. -1, -2 3. 1, -2 4. -1, 2

8.4 คำตอบของสมการ $3^{x^2-2x}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$ ตรงกับข้อใด

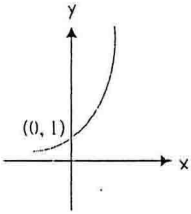
1. 0, -1 2. 0, 1 3. 1, 2 4. 1, -2

8.5 คำตอบของสมการ $5^{x^2+x} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-15}$ ตรงกับข้อใด

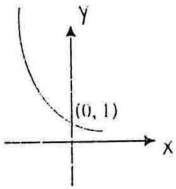
1. 2,3 2. 3,5 3. 2,-3 4. 3,-5

9.1 กราฟของ $y = 3^{-x}$ ตรงกับข้อใด

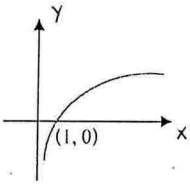
1



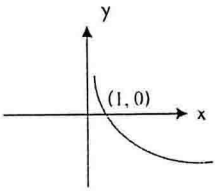
2



3

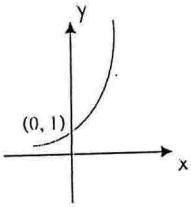


4

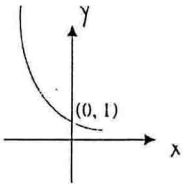


9.2 กราฟของ $y = \left(\frac{5}{2}\right)^{x}$ ตรงกับข้อใด

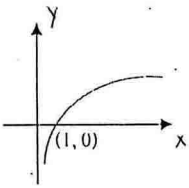
1



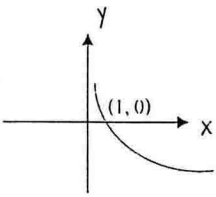
2



3

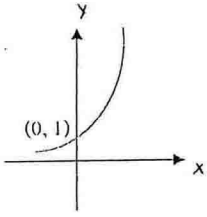


4

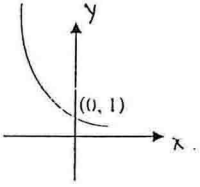


9.3 กราฟของ $y=\left(\frac{2}{5}\right)^{x}$ ตรงกับข้อใด

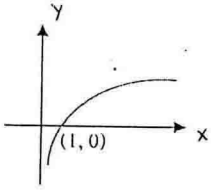
1



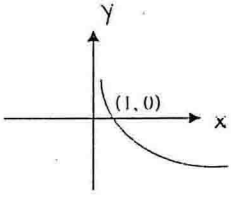
2



3

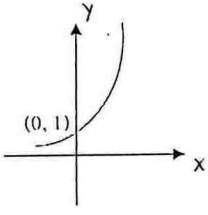


4

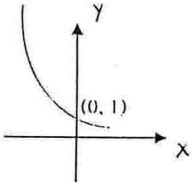


9.4 กราฟของ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ ตรงกับข้อใด

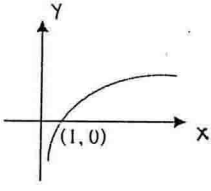
1



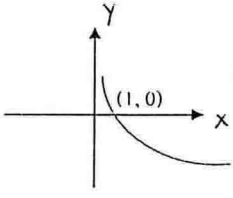
2



3

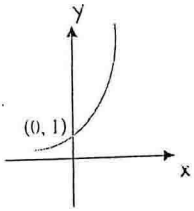


4

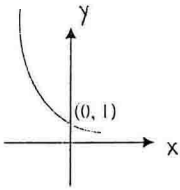


9.5 กราฟของ $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ ตรงกับข้อใด

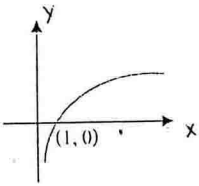
1.



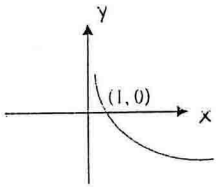
2



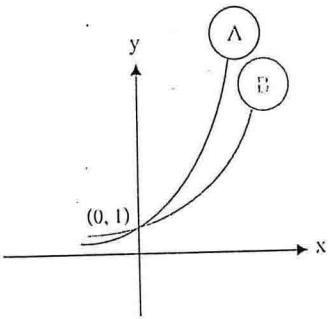
3



4



10.1



กราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด

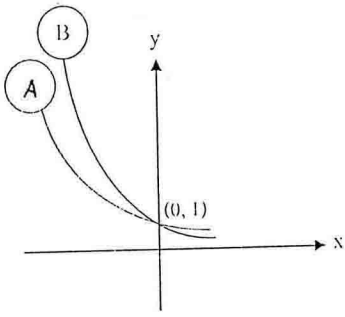
1. $A: y=2^x$
   $B: y=3^x$

2. $A: y=3^x$
   $B: y=2^x$

3. $A: y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$
   $B: y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

4. $A: y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$
   $B: y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

10.2 กราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



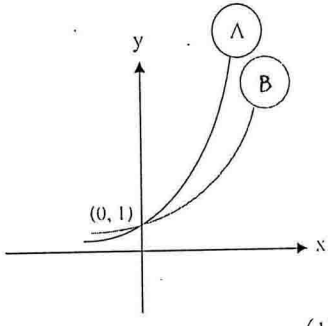
1. $A: y = 2^x$
   $B: y = 3^x$

2. $A: y = 3^x$
   $B: y = 2^x$

3. $A: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

4. $A: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

10.3 กราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



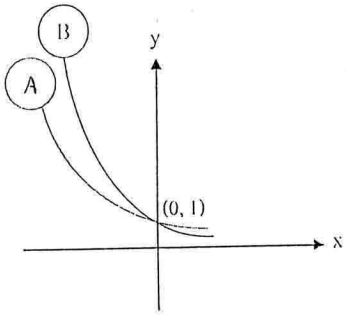
1. $A: y = \left(\frac{5}{2}\right)^x$
   $B: y = 2^x$

2. $A: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

3. $A: y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

4. $A: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

10.4 กราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



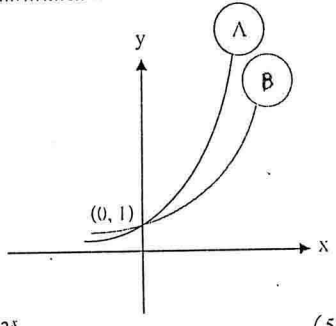
1. $A: y = \left(\frac{5}{2}\right)^x$
   $B: y = 2^x$

2. $A: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

3. $A: y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

4. $A: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

10.5 กราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



1. $A: y = 3^x$
   $B: y = \left(\frac{5}{2}\right)^x$

2. $A: y = \left(\frac{5}{2}\right)^x$
   $B: y = 3^x$

3. $A: y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

4. $A: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
   $B: y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

11.1 ค่าของ $\log_2 32 - \log_3 \frac{1}{27}$

1. 2 2. 4/3 3. 8 4. 14/3

11.2 ค่าของ $\log_3 81 - \log_5 \frac{1}{25}$

1. 2 2. 3/5 3. 6 4. 19/5

11.3 ค่าของ $\log_{11} 121 + \log_7 \frac{1}{49}$ ตรงกับข้อใด

1. 0 2. 3/2 3. 4 4. 5/2

11.4 ค่าของ $\log_6 216 - \log_8 \frac{1}{64}$ ตรงกับข้อใด

1. 1 2. 5/2 3. 7/2 4. 5

11. 5 ค่าของ $\log_4 64 - \log_2 \frac{1}{4}$ ตรงกับข้อใด

1. 1 2. 5 3. 5/2 4. 7/2

12.1 ค่าของ $2\log 5 + \log 4$ ตรงกับข้อใด

1. 0 2. 1 3. 2 4. 4

12.2 ค่าของ $3\log 5 + \log 8$ ตรงกับข้อใด

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

12.3 ค่าของ $2\log_6 3 + \log_6 4$ ตรงกับข้อใด

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

12.4 ค่าของ $4\log_{12} 2 + \log_{12} 9$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5

12.5 ค่าของ $2\log_6 2 + \log_6 9$ ตรงกับข้อใด

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

13.1 ค่าของ $\log_8 2 + \log_9 3 - \log_{125} 5$ ตรงกับข้อใด

1. 1 / 2 2. 1 / 3 3. 1 / 6 4. 7 / 6

13.2 ค่าของ $\log_{16} 2 + \log_{27} 3 - \log_{25} 5$ ตรงกับข้อใด

1. 1 / 2 2. 1 / 6 3. 1 / 9 4. 1 / 12

13.3 ค่าของ $\log_{32} 2 + \log_{81} 3 - \log_{625} 5$ ตรงกับข้อใด

1. 1 / 4 2. 1 / 5 3. 1 / 8 4. 1 / 9

13.4 ค่าของ $\log_{16} 4 + \log_{343} 7 - \log_{243} 3$ ตรงกับข้อใด

1. 1 / 4 2. 2 / 5 3. 1 / 9 4. 19 / 30

13.5 ค่าของ $\log_{25} 5 + \log_{27} 3 - \log_{36} 6$ ตรงกับข้อใด

1. 1 / 3 2. 1 / 4 3. 1 / 6 4. 1 / 9

14.1 ถ้า log a = 4, log b = 3 และ log c = 2.5 ค่าของ $\log \frac{ac}{b^2}$ ตรงกับข้อใด

1. 0.5 2. -2.5 3. 2 4. 1.5

14.2 ถ้า log a = 3, log b = 4 และ log c = 2.5 ค่าของ $\log \frac{ab}{c^2}$ ตรงกับข้อใด

1. 0.75 2. 2 3. 1.5 4. 3

14.3 ถ้า log a = 2, log b = 3 และ log c = 1.5 ค่าของ $\log \frac{a^2b}{c}$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 4 3. 5.5 4. 8.5

14.4 ถ้า log a = 3, log b = 2.5 และ log c = 4 ค่าของ $\log \frac{ab^2}{c}$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 1.5 3. 3.5 4. 4

14.5 ถ้า log a = 5, log b = 1.5 และ log c = 4 ค่าของ $\log \frac{ab^2}{c}$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 2.5 3. 3 4. 4

15.1 ถ้า log 2 = 0.3010 และ log 3 = 0.4771 ค่าของ log 180 ตรงกับข้อใด

1. 2.0791 2. 2.2552 3. 11.0791 4. 11.2552

15.2 ถ้า log 2 = 0.3010 และ log 3 = 0.4771 ค่าของ log 120 ตรงกับข้อใด

1. 2.0791 2. 2.2552 3. 11.0791 4. 11.2552

15.3 ถ้า log 2 = 0.3010 และ log 3 = 0.4771 ค่าของ log 240 ตรงกับข้อใด

1. 0.8572 2. 1.8572 3. 2.3801 4. 3.3801

15.4 ถ้า log 2 = 0.3010 และ log 3 = 0.4771 ค่าของ log 540 ตรงกับข้อใด

1. 2.7731 2. 1.7781 3. 1.7323 4. 2.7323

15.5 ถ้า log 2 = 0.3010 และ log 3 = 0.4771 ค่าของ log 360 ตรงกับข้อใด

1. 1.5562 2. 2.5562 3. 2.7781 4. 3.7781

16.1 ค่า x จากสมการ $\log_3 x = \log_9 4$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 3 3. 4 4. 9

16.2 ค่า x จากสมการ $\log_5 x = \log_{25} 9$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 3 3. 5 4. 9

16.3 ค่า x จากสมการ $\log_2 x = \log_4 121$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 3 3. 4 4. 11

16.4 ค่า x จากสมการ $\log_7 x = \log_{49} 25$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 5 3. 6 4. 7

16.5 ค่า x จากสมการ $\log_6 x = \log_{36} 4$ ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 3 3. 4 4. 9

17.1 $\log_2(\log_3 x) = -1$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

1. 3 2. 9 3. $\sqrt{3}$ 4. 27

17.2 $\log_3(\log_2 x) = -1$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

1. $\sqrt{2}$ 2. $\sqrt{3}$ 3. $\sqrt[3]{2}$ 4. $\sqrt[3]{3}$

17.3 $\log_2(\log_5 x) = -1$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

1. 5 2. 25 3. $\sqrt{5}$ 4. $\sqrt[4]{5}$

17.4 $\log_2(\log_{\frac{1}{3}} x) = 0$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

1. 3 2. 1 / 3 3. 9 4. 1 / 9

17.5 $\log_{\frac{1}{2}} \log_3 x = -1$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

1. $\sqrt{3}$ 2. 3 3. 9 4. 1 / 3

18.1 ค่า x จากสมการ $\log_3 x - 6\log_x 3 = 1$ ตรงกับข้อใด

1. 4, 2 2. 9, 1 /9 3. 27, 1 / 9 4. 1 / 3, 9

18.2 ค่าของ x จากสมการ $\log_2 x - 4\log_x 2 = 3$ ตรงกับข้อใด

1. 2, 1 / 2 2. 16, 1 / 2 3. 4, -2 4. 8, -2

18.3 ค่าของ x จากสมการ $\log_2 x - 5\log_x 2 = 4$ ตรงกับข้อใด

1. 64, 2 2. 16, 1 / 2 3. 32, 1 / 2 4. 8, 2

18.4 ค่าของ x จากสมการ $\log_4 x - 2\log_x 4 = 1$ ตรงกับข้อใด

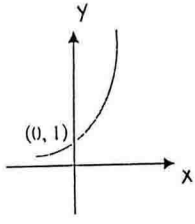
1. 1 / 4, 16 2. 1 / 2, 8 3. 4, 16 4. 2, 8

18.5 ค่าของ x จากสมการ $\log_3 x - 2\log_x 3 = -1$ ตรงกับข้อใด

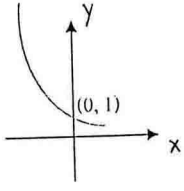
1. 1 / 3, 3 2. 1 / 9, 3 3. 1 / 3, 9 4. 1 / 9, 9

19.1 กราฟของ $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ ตรงกับข้อใด

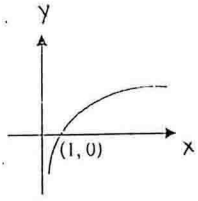
1.



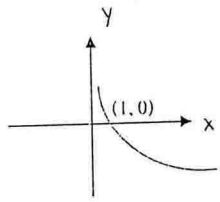
2.



3.

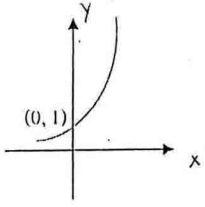


4.

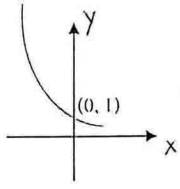


19.2 กราฟของ $y = \log_{\frac{5}{2}} x$ ตรงกับข้อใด

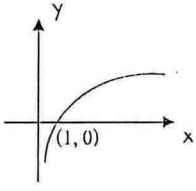
1.



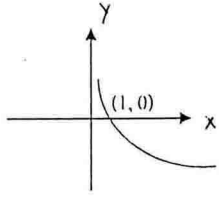
2.



3.

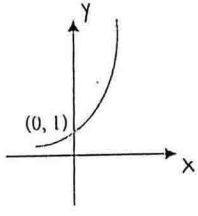


4.

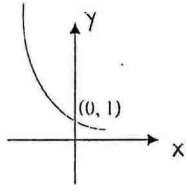


19.3 กราฟของ $y = \log_{\frac{2}{3}} x$ ตรงกับข้อใด

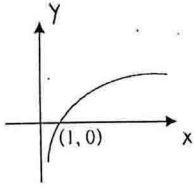
1.



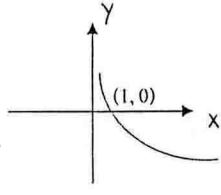
2.



3.

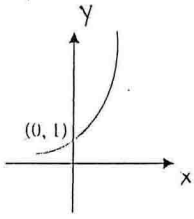


4.

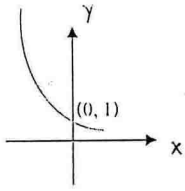


19.4 กราฟของ y = ln x ตรงกับข้อใด

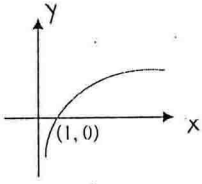
1.



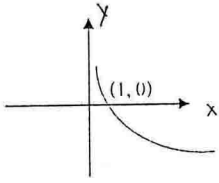
2.



3.

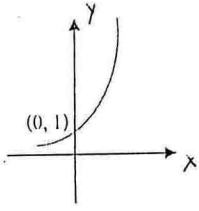


4.

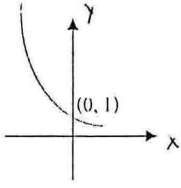


19.5 กราฟของ $y = \log_{\frac{2}{5}} x$ ตรงกับข้อใด

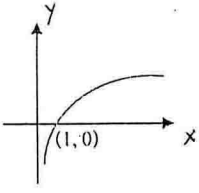
1.



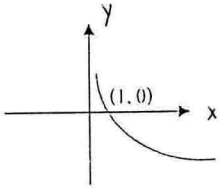
2.



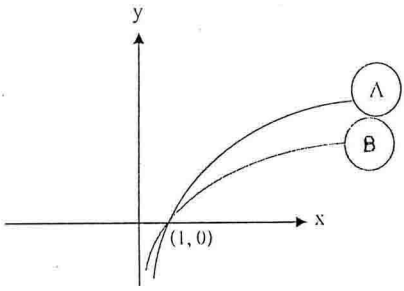
3.



4.

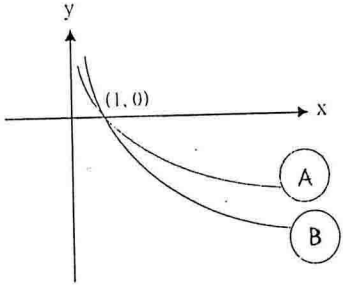


20.1 จากกราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



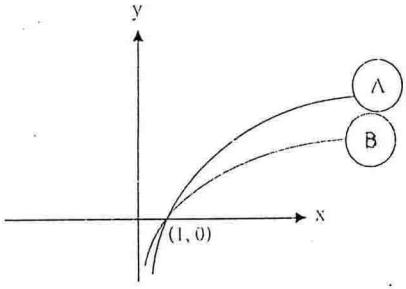
1. A : $y = \log_2 x$
   B : $y = \log_3 x$
2. A : $y = \log_3 x$
   B : $y = \log_2 x$
3. A : $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
   B : $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
4. A : $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
   B : $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

20.2 จากกราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



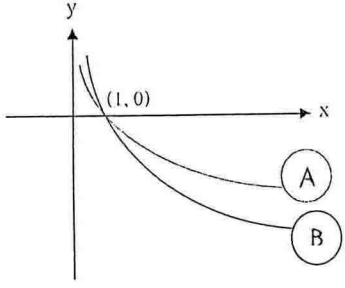
1. A : $y = \log_2 x$
   B : $y = \log_3 x$
2. A : $y = \log_3 x$
   B : $y = \log_2 x$
3. A : $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
   B : $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
4. A : $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
   B : $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

20.3 จากกราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



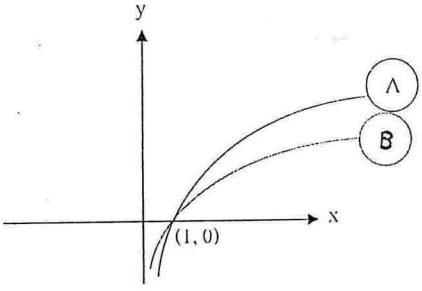
1. A: $y = \log_3 x$
   B: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
2. A: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
   B: $y = \log_3 x$
3. A: $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
   B: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
4. A: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
   B: $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

20.4 จากกราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



1. A: $y = \log_3 x$
   B: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
2. A: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
   B: $y = \log_3 x$
3. A: $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
   B: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
4. A: $y = \log_{\frac{5}{2}} x$
   B: $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

20.5 จากกราฟที่กำหนดให้ ตรงกับสมการในข้อใด



1. A : $y = \log_{\frac{5}{2}} x$

   B : $y = \log_{\frac{7}{2}} x$

2. A : $y = \log_{\frac{7}{2}} x$

   B : $y = \log_{\frac{5}{2}} x$

3. A : $y = \log_{\frac{2}{5}} x$

   B : $y = \log_{\frac{2}{7}} x$

4. A : $y = \log_{\frac{2}{7}} x$

   B : $y = \log_{\frac{2}{5}} x$

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับเตรียมสอบวิชาคณิตศาสตร์

คำชี้แจง ขอให้นักศึกษาแสดงความคิดเห็นในรายการต่างๆต่อไปนี้ โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของนักศึกษามากที่สุด

รายการ	ระดับความคิดเห็น				
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1. ภาษาที่ใช้มีความชัดเจน เข้าใจง่าย					
2. เนื้อหาที่สรุปเรื่องตรรกศาสตร์ทำให้เข้าใจง่าย					
3. เนื้อหาที่สรุปเรื่องเมตริกซ์ทำให้เข้าใจง่าย					
4. เนื้อหาที่สรุปเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันทำให้เข้าใจง่าย					
5. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความน่าสนใจ					
6. การรู้วัตถุประสงค์ของแต่ละบทมีประโยชน์					
7. การได้รับความรู้จากเนื้อหาโดยสรุปเรื่องตรรกศาสตร์ มีประโยชน์					
8. การได้รับความรู้จากเนื้อหาโดยสรุปเรื่องเมตริกซ์ มีประโยชน์					
9. การได้รับความรู้จากเนื้อหาโดยสรุปเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีประโยชน์					
10. แบบทดสอบเรื่องตรรกศาสตร์ช่วยทำให้มีความพร้อมสำหรับการสอบ					
11. แบบทดสอบเรื่องเมตริกซ์ช่วยทำให้มีความพร้อมสำหรับการสอบ					
12. แบบทดสอบเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันช่วยทำให้มีความพร้อม สำหรับการสอบ					
13. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีความน่าสนใจ					
14. หลังจากใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน นักศึกษามีความสามารถในระดับใด					
15. การเตรียมสอบด้วย คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้มีประโยชน์ในระดับใด					
16. นักศึกษาชอบการเตรียมสอบด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ในระดับใด					